3. Präsenzübung zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)
für die Übungsstunde am 13.11.02

Für die aktive Mitarbeit gibt es **2 Punkte** !

Aufgabe P6: *Differentieller Wirkungsquerschnitt*
Bei Streuexperimenten wird ein Strahl von Teilchen auf ein Stück Materie (*Target*) geschossen. Man beobachtet dann die Verteilung der auslaufenden Teilchen, die im allgemeinen gestreut wurden, d.h. nicht mehr in dieselbe Richtung wie die einlaufenden Teilchen laufen.

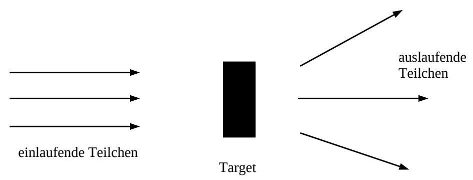

Fig. 1

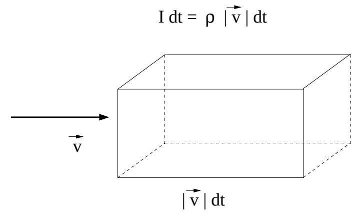

Fig. 2

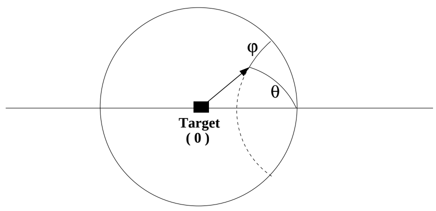

Fig. 3

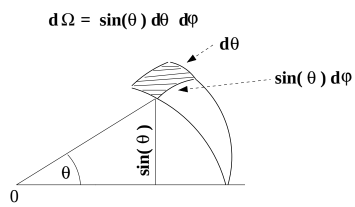

Fig. 4

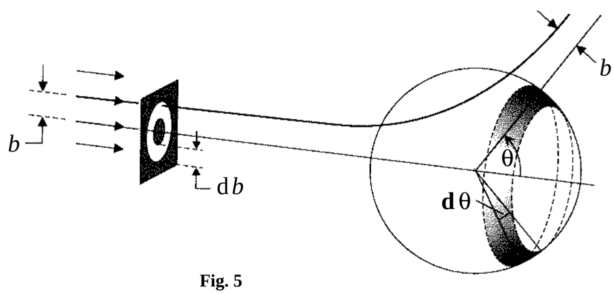

Fig. 5

Der einlaufende Teilchenstrahl sei homogen, d.h. :

(i) Alle Teilchen seien identisch und sollen dieselbe Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ haben.

(ii) Die Teilchendichte ρ (= Anzahl der Teilchen / cm^3) ist räumlich und zeitlich konstant.

Man definiert: **Intensität** (auch Stromdichte oder Teilchenfluß genannt)
I := Anzahl der Teilchen, die pro Sekunde durch eine Einheitsfläche senkrecht zum Strahl von 1 cm^2 treten (Einheit 1/ (s cm^2)) (siehe auch Fig. 2).
Die Richtung der auslaufenden Teilchen im ∞ kann man durch Polarwinkel angeben θ, φ (Poldistanz , Azimut) mit dem Target als Zentrum (siehe Fig. 3). Experimentell mißt man die pro Sekunde in ein Raumwinkelelement $d\Omega$ gestreuten Teilchen. Man definiert nun den sogenannten **differentiellen Wirkunsquerschnitt** $\sigma(\theta, \varphi)$:

$$\sigma(\theta,\varphi)d\Omega := \frac{\text{Anzahl der pro Sekunde in den Raumwinkel } d\Omega \text{ gestreuten Teilchen}}{\text{Intensität } I \text{ der einlaufenden Teilchen}}$$

Der **totale Wirkungsquerschnitt** σ_{tot} ist definiert durch:

$$\sigma_{\text{tot}} := \int_\Omega \sigma(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

a) Welche Dimension hat der differentielle Wirkungsquerschnitt $\sigma(\theta, \varphi)$?

b) Wiederholen Sie zusammen mit Ihrer Tutorin / Ihrem Tutor die Definition des Raumwinkels sowie die Verwednung von Kugelkoordinaten (siehe auch Fig. 4).

c) Wir beschränken uns nun wieder auf den einfachsten Fall, die *elastische* Zweiteilchenstreuung an einem rotationssymmetrischen Potential $V(r)$ mit $\lim_{r\to\infty} V(r) = 0$. Aufgrund der Rotationssymmetrie des Potentials hängt der Wirkungsquerschnitt σ dann nicht vom Azimutwinkel φ ab: $\sigma = \sigma(\theta)$.
Man definiert weiterhin den sogenannten **Stoßparameter** b als den senkrechten Abstand des einlaufenden Teilchens von der Strahlachse (siehe Fig. 5).
Wir nehmen nun weiterhin an, dass die Bahnkurve und damit auch der Streuwinkel θ der Teilchen durch die Energie E der einlaufenden Teilchen sowie deren Stoßparameter b eindeutig bestimmt ist.

   (i) Überlegen Sie sich, dass der Betrag l des Drehimpulses der einlaufenden Teilchen bezüglich des Kraftzentrums gegeben ist durch

$$l = m\, v_0\, b = \sqrt{2mE}\, b$$

   (ii) Zeigen Sie dann (siehe Fig. 5), dass

$$\sigma(\theta) = \frac{b(\theta)}{\sin(\theta)} \left| \frac{d\, b(\theta)}{d\theta} \right| , \qquad\qquad 0 \le \theta \le \pi$$

   Um $\sigma(\theta)$ zu bestimmen muß man also zunächst die Funktion $\theta(b)$ aus dem Potentialverlauf $V(r)$ bestimmen. Danach bestimmt man die Funktion $b(\theta)$ als Umkehrfunktion von $\theta(b)$ und setzt diese in die obige Formel ein.