

11. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK I (MECHANIK)

Abgabe: Mittwoch, 29. Januar 2003 in den Übungen.

Aufgabe A28: *Satz von Steiner*

Seien $I_{ij}^{(S)}$ die Komponenten des Trägheitstensors für ein körperfestes Koordinatensystem $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, dessen Ursprung im Schwerpunkt S liegt. Durch eine Verschiebung des Ursprungs um die Strecke \vec{a} erhält man ein neues Koordinatensystem $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$, dessen Achsen zu den alten Achsen $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ parallel sind. Zeigen Sie, dass die Komponenten des Trägheitstensors in dem neuen, parallel verschobene Koordinatensystem gegeben sind durch

$$I_{ij} = I_{ij}^{(S)} + M \left((\vec{a})^2 \delta_{ij} - a_i a_j \right)$$

(M =Gesamtmasse des starren Körpers).

(2 Punkte)

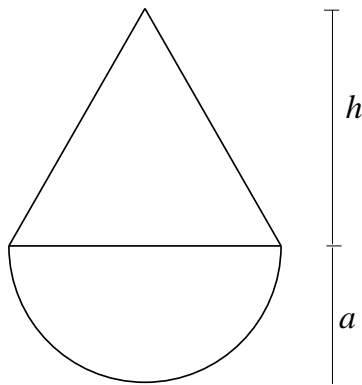


Fig. 1

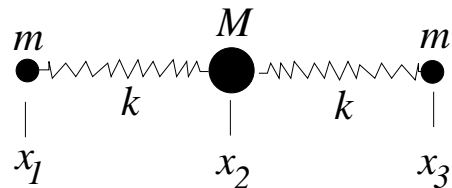


Fig. 2

Aufgabe A29: *Schwerpunkt, Trägheitstensor, kleine Schwingungen*



Ein Körper bestehe aus einer Halbkugel vom Radius a und einem Kegel mit Radius a und Höhe h (siehe Fig. 1). Beide Teilkörper seien homogen mit der Dichte ρ .

- a) Berechnen Sie die Lage des Schwerpunktes. Wie groß kann h maximal sein, damit die in der Skizze angegebene Lage stabil ist? **(2 Punkte)**
- b) Berechnen Sie den Trägheitstensor des Körpers in einem Koordinatensystem, dessen $x_1 - x_2$ -Ebene durch die Trennfläche von Halbkugel und Kegel gegeben ist und dessen x_3 -Achse mit der Symmetrieachse des Kegels übereinstimmt. **(2 Punkte)**
- c) Der Körper wird aus der stabilen Lage leicht ausgelenkt und losgelassen. Bestimmen Sie die Frequenz der entstehenden Pendelbewegung. **(2 Punkte)**


Aufgabe A30: Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls

Betrachten Sie ein lineares, dreiatomiges Molekül (siehe Fig. 2). Die Masse des mittleren Atoms sei M , die Masse der beiden äußeren Atome sei m . Im Gleichgewichtszustand des Moleküls haben die beiden Atome der Masse m den gleichen Abstand zum Atom der Masse M . Der Einfachheit halber betrachte man nur kleine Schwingungen um die Gleichgewichtslage längs der Molekülachse, die die 3 Atome verbindet. Die Auslenkungen seien so klein, dass das komplizierte zwischenatomare Potential durch zwei Federn (Federkonstante k) angenähert werden kann.

- a) Seien x_i^0 ($i = 1, 2, 3$) die Koordinaten der Atome in der Gleichgewichtslage und η_i die Auslenkungen aus dieser: $x_i = x_i^0 + \eta_i$. Geben Sie die Lagrange-Funktion $L(\eta_i, \dot{\eta}_i)$ an. **(1 Punkte)**
- b) Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und diskutieren Sie die Eigenschwingungen des Systems. **(6 Punkte)**

 Welcome to CWP at UCLA 

86 Eminent Physicists

 Search the Archive

Fascinating Documents

Annotated Photo Gallery

In Her Own Words

Some Physics History

500+ Books and Articles

Project Staff

Field Editors

Project Support

Photo Credits

Copyright Notice

Mathematical Physics

Contributions


Publications

Honors

Jobs/Positions

Education

Additional Information



Emmy Noether

1882 - 1935

Important Contributions

Proved that a physical system described by a Lagrangian invariant with respect to the symmetry transformations of a Lie group has, in the case of a group with a finite (or countably infinite) number of independent, infinitesimal generators, a conservation law for each such generator, and certain 'dependencies' in the case of a larger infinite number of generators. The latter case applies, for example, to the general theory of relativity and gives the Bianchi identities. These 'dependencies' lead to understanding of energy-momentum conservation in the general theory. Her paper proves both the theorems described above and their converses. These are collectively referred to by physicists as Noether's Theorem.

The key to the relation of symmetry laws to conservation laws is Emmy Noether's celebrated Theorem. ... Before Noether's Theorem the principle of conservation of energy was shrouded in mystery, leading to the obscure physical systems of Mach and Ostwald. Noether's simple and profound mathematical formulation did much to demystify physics. --- Feza Gursey [encl1983nj]

"In the realm of algebra, in which the most gifted mathematicians have been busy for centuries, she discovered methods which have proved of enormous importance... Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas. ... In this effort toward logical beauty, spiritual formulas are discovered necessary for deeper penetration into the laws of nature." --- Albert Einstein, in a tribute to Emmy Noether [NYT1935ae]

Noether's work is of paramount importance to physics and the interpretation of fundamental laws in terms of group theory. --- Feza Gursey [encl1983nj]

An historical account of how she came to make this discovery is given in E. Noether's Discovery of the Deep Connection Between Symmetries and Conservation Laws.

The main body of her work was in the creation of modern abstract algebra. As the topologist P. S. Alexandrov wrote

It was she who taught us to think in terms of simple and general algebraic concepts - homomorphic mappings, groups and rings with operators, ideals ... theorems such as the 'homomorphism and isomorphism theorems', concepts such as the ascending and descending chain conditions for subgroups and ideals, or the notion of groups with operators were first introduced by Emmy Noether and have entered into the daily practice of a wide range of mathematical disciplines. ... glance at Pontryagin's work on ... continuous groups, Kolmogorov on ... combinatorial topology ..., ... Hopf on continuous mappings, ... van der Waerden on algebraic geometry, ... to sense the influence of Emmy Noether's ideas. This influence is also keenly felt in H. Weyl's book *Gruppentheories und Quantenmechanik*. ---[en1981ad]


Specifically, Nathan Jacobson writes

Abstract algebra can be dated from the publication of two papers by Noether, the first a joint paper with Schmeidler and .. a truly monumental work *Idealtheorie in Ringbereichen* [which] belongs to one of the mainstreams of abstract algebra, commutative ring theory, and may be regarded as the first paper in this vast subject ... [encl1983nj]

And Hermann Weyl writes of her important later work

The theory of non-commutative algebras and their representations was built up by Emmy Noether in a new unified, purely conceptual manner by making use of all the results that has been accumulated by the ingenious labors of decades by Frobenius, Dickson, Wedderburn and others. ---[sm1935hw]

Some Important Publications

"Invariante Variationsprobleme," *Nachr. v. d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen* 1918, pp 235-257  English translation by M. A. Tavel.

"Moduln in nichtkommutativen bereichen, insbesondere aus Differential- und Differenz-zensus-drucken," *Math. Zs.* 8:1 (1920) with W. Schmeidler.

"Idealtheories in Ringbereichen," *Math. Ann.* 83:24 (1921).

"Hyperkomplexe Grossen und Darstellungstheorie," *Math. Zs.* 30:641 (1929).

"Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie de Algebren," *Journal f. d. reine u. angew. Math.* 167:399 (1932) with R. Brauer and H. Hasse.

Quelle und weitere Informationen:

http://www.physics.ucla.edu/cwp/Phase2/Noether,_Amalie_Emmy@861234567.html