2. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe: Mittwoch, 06.November 2002 in den Übungen.

Aufgabe A4: *Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche*

Bei der Betrachtung des vertikalen Wurfs nimmt man die Erdbeschleunigung oft als konstant an. Wie Sie wissen, ist dies jedoch eine Näherung.

a) Berechnen Sie die Wurfhöhe h beim vertikalen Wurf in Abhängigkeit von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 für den Fall konstanter Erdbeschleunigung und für den Fall, dass die Erdbeschleunigung nach dem Gravitationsgesetz bestimmt wird ($R =$ Erdradius, $g =$Schwerebeschleunigung auf der Erdoberfläche). (3 Punkte)

b) Bis zu welcher Wurfhöhe liegt der Fehler der einfachen Formel unter einem Promille ($g = 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $R =$6400 km), und wie hängt diese Höhe vom Wert der Schwerebeschleunigung g auf der Erdoberfläche ab ? (2 Punkte)

Aufgabe A5: *Eindimensionale Bewegung, Energieerhaltungssatz* (5 Punkte)

Geben Sie für die beiden eindimensionalen Kraftfelder

a) $F(x) = -mg$ (Schwerefeld)

b) $F(x) = -kx$ (harmonischer Oszillator)

das zugehörige Potential an. Lösen Sie die Bewegungsgleichung nach der allgemeinen Methode aus der Vorlesung unter Verwendung des Energieerhaltungssatzes (Integration von $\dot{x} = \sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))}$ durch Separation der Variablen) und vergleichen Sie diese Lösungen mit den direkten Lösungen der Bewegungsgleichungen.

Aufgabe A6: *Linienintegral* (5 Punkte)

Berechnen Sie das Linienintegral $\int \vec{F} \cdot \vec{dr}$ im Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x_3 \\ \frac{x_1}{2\pi} \\ x_3 \end{pmatrix}$$

längs einer Schraubenlinie um die x_3-Achse mit Radius a, Ganghöhe h und Startpunkt $(a, 0, 0)$ für einen Umlauf.

Sir Isaac Newton

Isaac Newton wurde am 4.Januar 1643 in Woolsthorpe geboren und starb am 31.März 1727 in Kensington.

Er wurde nach dem Tode seines Vaters geboren und wuchs bei der Mutter und Großmutter auf. Er besuchte die Dorfschule, später die Lateinschule des Nachbarstädtchens Grantham. Ein Onkel, der Pfarrer war, bewirkte, daß der Knabe nicht den väterlichen Bauernhof übernehmen mußte, sondern seiner starken Neigung zu mathematischen Studien, experimentellen Untersuchungen und handwerklichen Konstruktionen folgen durfte. So bezog er mit 18 Jahren die Universität Cambridge und hatte dort das Glück, in Isaac Barrow einen Mathematiklehrer zu finden, der seine Begabung förderte. Als 1665 die Pest England heimsuchte, verbrachte Newton zwei Jahre daheim in Woolsthorpe. Er hat selber bekannt, daß er damals in der Blüte seiner schöpferischen Kräfte stand. Sowohl seine Leistungen in der Infinitesimalrechnung wie in der Mechanik und Optik haben ihre Wurzel in jener Zeit.

Von **Barrow** angeregt, beschäftigte er sich mit optischen Arbeiten. Er wollte ein **Fernrohr** von größerer Schärfe bauen, konnte aber keine Linsen ohne Farbzerstreuung schleifen. Um die Entstehung dieser Farben zu prüfen, untersuchte er das Licht mit einem Prisma. Er ließ einen Sonnenstrahl durch ein Loch ins verdunkelte Zimmer fallen, sammelte ihn mit einer Linse auf das Prisma und wunderte sich, daß das dahinter erscheinende Farbenband fünfmal länger als breit war. Wenn er ein zweites Prisma verkehrt hinter das erste hielt, wurde das Farbenband wieder in einem weißen Lichtkreis gesammelt. Ein anderer Versuch offenbarte den Grund für die Verlängerung des farbigen Bildes. Er stellte ein Brett mit einem Loch senkrecht in das Farbenband auf, so daß nur ein einzelner farbiger Strahl durch das Loch fiel, und brachte ein zweites Prisma in den Gang des einfarbigen Strahles. Dieser wurde nochmals gebrochen, behielt aber seine Farbe. Indem Newton den Versuch mit jeder Farbe wiederholte, zeigte es sich, daß die roten Strahlen am wenigsten, die violetten am stärksten gebrochen wurden und daß dies mit dem Ergebnisder Zerstreuung hinter dem ersten Prisma übereinstimmte. Newton zog den Schluß: Das weiße Licht ist aus Strahlen verschiedener Brechbarkeit zusammengesetzt, und die Farbe ist mit der Brechbarkeit untrennbar verbunden. Daher schien es, als ob es keine Linsen ohne Farbzerstreuung geben könne. Statt eines Linsenfernrohrs wollte er daher ein Spiegelfernrohr bauen. Um einen gut schleifbaren spiegelnden Stoff zu erhalten, begann er seine Versuche über Metallschmelzen. 1668 und 1671 konnte er nach langwierigen Schleifarbeiten die zwei ersten Spiegelfernrohre vollenden. Das zweite brachte ihn mit der Royal Society in Verbindung.

1669 beschloß Barrow, sich ganz der Theologie zu widmen, und veranlaßte, daß Newton sein Nachfolger als **Professor der Mathematik** wurde. Das Amt gewährte bescheidenen Unterhalt und Muße zur Forschung. So besorgte er eine Ausgabe des besten geophysikalischen Lehrbuchs **'Geographia generalis'** von **Bernhard Varenius**. In der Stille setzte er seine mathematischen, optischen und chemischen Untersuchungen fort. Von Descartes und **John Wallis** ausgehend, begründete er die **Infinitesimalrechnung** und die **Reihenlehre**, bestimmte Krümmung und Wendepunkte vieler Kurven. Veränderlicher Größen nannte er **Fluenten**, die Geschwindigkeiten ihrer Änderung **Fluxionen** und ermittelte aus den Fluenten die Fluxionen und umgekehrt.

Im Gebiete der Optik beschäftigten ihn die **regenbogenfarbigen Ringe**, die sich beim Aufeinanderlegen zweier Linsen zeigen. Er nahm genaue Messungen vor und brachte jede Farbe mit den Dicken der Luftschicht zwischen den beiden Linsen in Beziehung und man bezeichnete das Phänomen fortan als die **Newtonschen Ringe**. Auch die von Grimaldi entdeckten Farbränder der Schatten schmaler Körper wurden genauer geprüft. Erst 1704 ließ er seine zum Lehrgebäude geordnete **'Optik'** erscheinen. Ihren Schluß bilden 31 ausführliche Fragen über ungeklärte Gegenstände. Er wollte die Erscheinungen der Natur nach Maß und Zahl ergründen.

Die größten Entdeckungen machte Newton in der **Astronomie**. Galilei hatte ausgesprochen, daß ein einmal angetriebener Körper sich unbeschleunigt fortbewege; eine Änderung des Bewegungszustandes ergeb sich nur, wenn eine neue Kraft einwirke. Die Anziehungskraft der Sonne schien die Planeten auf ihrer Bahn zu führen; eine entgegenwirkende Fliehkraft schien zu verhindern, daß sie gegen die Sonne stürzen. Aus dem **dritten** Keplerschen **Gesetz**, das die Umlaufzeiten der Planeten mit ihren Sonnenabständen in Beziehung setzt, folgerte Newton, daß die Anziehung der Sonne mit dem Quadrate der Entfernung abnehme.

"Hieraus weiter schließend, verglich ich die Kraft, die nötig ist, um den Mond in seiner Bahn zu halten, mit der Schwerkraft auf der Erdoberfläche und fand, daß sie fast genau gleich sind."

Newton vermutete also, daß die Anziehung, die das Fallen der Körper bewirkt, bis zum Mond reiche und ihn ständig von der geradlinigen Bewegung ablenke. Da der Mond sich in einem Abstand von 60 Erdradien befindet, sollte die Erdanziehung dort 3600mal schwächer sein als auf der Erdoberfläche. Aus Bahngröße und Umlaufzeit des Mondesließ sich seine sekundliche "Fallstrecke" zur Erde berechnen. Der erhaltene Wert mal 3600 sollte dem Weg entsprechen, den ein Körper auf der Erdoberfläche in der ersten Sekunde durchfällt. Die Rechnung ergab eine zu kleine Zahl; es schienen Descartes' **Wirbel** das Fallen des Mondes zu bremsen.

1682 erfuhr Newton, daß die Erde größer sei, als man bisher angenommen hatte. Eine Gradmessung von **Jean Picard** in Frankreich ergab den neuen Wert. Der um 60 Erdradien entfernte Mond war somit weiter weg, die Bahn länger, die sekundliche Fallstrecke größer. Nun stimmte der Vergleich mit dem Fallraum der Körper auf Erde; die Wirbel schieden aus, und die Bewegungen der Planeten und Monde konnten mathematisch erfaßt werden. Innerhalb kürzester Zeit vollendete Newton nun sein Hauptwerk **'Philosophiae naturalis principia mathematica'** (Mathematische Grundlagen der Naturwissenschaft). Durch weiter intensive Gedankenarbeit erkannte er plötzlich - nach der **Legende vom Betrachten des fallenden Apfels** - , daß man sich zu ihrer Berechnung die Anziehungskraft der Erdmasse in ihrem Mittelpunkt vereinigt denken muß. Von dort ausgehend wirkt sie längs der Verbindungsgeraden zum Mittelpunkt einer anderen Kugel, also z.B. des Mondes, und umgekehrt. Die Kräfte müssen im Verhältnis zu den Massen stehen.

In der Sitzung der Royal Society vom 28.April 1686 lag Newtons Handschrift vor. Der Astronom Edmond Halley übernahm die Organisation und die Kosten der Drucklegung. Er stand seit längerer Zeit mit Newton in Verbindung und wußte, daß hier Aufgaben gelöst worden waren, an denen er selber und andere sich vergeblich versucht hatten. Das Werk umfaßt drei Teile. Die beiden ersten behandeln, von den **Newtonschen Axiomen** ausgehend, mathematisch die Bewegung der Körper, während der dritte allgemeiner verständlich das Weltgebäude erläutert. So wird dort das **Prinzip der allgemeinen Gravitation** dargelegt, wonach zwei Körper sich im Verhältnis ihrer Massen und im umgekehrten Verhältnis ihres Abstandes anziehen. Nicht nur Sonne und Planet oder Planet und Mond, sondern auch Sonne und Mond oder Planet und Planet. Aus wechselnden gegenseitigen Stellungen gehen die Ungleichheiten der Mondbahn und die Bahnstörungen der Planeten hervor.

Newton unterschied die **Begriffe Masse und Gewicht**. An der Erdoberfläche wirkt die Fliehkraft des sich drehenden Planeten der Anziehung entgegen. Derselbe Stein muß am Nordpol schwerer sein als am Äquator. Das Gewicht verringert sich durch die Fliehkraft; die Masse bleibt dieselbe. Die Erde sollte an den Polen abgeplattet sein.

Der **Meeresspiegel steigt und fällt**. Auf der Erdseite, die sich am Mond vorbeidreht, herrscht Flut, zugleich aber auch auf der dem Mond abgewandten. Um dies zu erklären betrachtete Newton die Erde und ihr Wasser auf beiden Seiten als drei Körper. Da die anziehende Kraft des Mondes mit der Entfernung abnimmt, wird das Wasser auf der mond-zugewandten Erdseite stärker angezogen als die Erdmasse selbst und diese wiederum stärker angezogen als das Wasser auf der mond-abgewandten Seite. Stehen Sonne und Mond mit der Erde in einer Linie, wie es bei Neumond und Vollmond der Fall ist, so treten starke Springfluten auf; stehen sie wie bei Halbmond zur Erde in einem rechten Winkel, so ergeben sich aus den ausgleichenden Einflüssen die schwachen Nippfluten.

In der Überzeugung, daß auch die Kometen der allgemeinen Anziehung gehorchen, vermutete Newton, daß sie in flachen, langgestreckten Ellipsen um die Sonne laufen. Halley, der ihm ein Verzeichnis von 24 Kometenbahnen erstellte, bemerkte, daß die Bahnen der Kometen von 1531, 1607, und 1682 übereinstimmten. Es war dreimal derselbe Komet gewesen, und seine Wiederkehr ließ sich für 1759 voraussagen. Seitdem wird dieser als der **Halleysche Komet** bezeichnet.

In den Jahren nach der großen Anstrengung widmete sich Newton der Chemie und der Theologie. Für die englischen Gelehrten jener Zeit gab es zwei Erkenntnisquellen: die Natur und die Offenbarung der Bibel. Mit Ausdauer bemühte Newton sich um die biblische Chronologie und um die Deutungen der Prophezeihungen Daniels und der Apokalypse. John Locke bezeugt, daß sich in der Theologie und der Kenntnis der Heiligen Schrift kaum einer mit Newton messen konnte. Nichts bereitete ihm größere Freude, als daß sein naturwissenschaftliches Werk dazu diente, den Glauben an ein göttliches Wesen zu stärken. Physik war für ihn *"Betrachtung Gottes auf Grund der sich vollziehenden Erscheinungen"*.

Newton kehrte wieder zu den **'Prinzipien'** zurück. Die Mondtheorie darin genügte ihm nicht. Der Mond kreist in 30 Tagen um die Erde, manchmal schneller, manchmal langsamer. Bewegt er sich dabei auf die Sonne zu, so beschleunigt sie ihn; bewegt er sich von ihr fort, so bremst sie ihn ab. Allerdings ist infolge der Einwirkung der verschiedenen Planeten die Mondbewegung noch komplexer. Die genauesten Mondortsbeobachtungen jener Zeit machte **John Flamsteed** in Greenwich. 1694 übergab er Newton eine Zusammenstellung seiner Ergebnisse.

Bald darauf trat ein Ereignis ein, das Newtons Forschungsaktivitäten vorübergehend unterbrach: England war von schlechten Münzen überschwemmt; eine Münzumprägung drängte sich auf. Wer sollte in dieser Zeit das verantwortungsvolle Amt übernehmen? Schatzkanzler **Charles Montague**, der in Cambridge studiert hatte, erinnerte sich des dortigen Sachverständigen für Metallegierungen und rief den 53jährigen Newton nach London. Dieser widmete sich der Finanzreform mit großem Einsatz. Die Umprägung dauerte von 1696 bis 1699 und wurde technische und wirtschaftlich ein Erfolg. Newton wurde zum Münzverwalter befördert und **von Königin Anna geadelt**.

Die Prägestätte hatte ihre Leistung vervielfacht. Jetzt fand Newton wieder etwas freie Zeit. 1701 veröffentlichte er eine **'Tabelle der Wärmemengen und Wärmegrade'**; 1703 baute er aus sieben Linsen ein überaus kräftiges **Brennglas**. Im gleichen Jahr wurde er **Präsident der Royal Society**. England hatte einen neuen König bekommen, und dieser war bereit, den Druck eines wissenschaftlichen Werkes zu finanzieren. Newton dachte an **Flamsteeds großen Sternenkatalog** und betreute seine Herausgabe.

Nachdem Newton schon früher Auseinandersetzungen mit Robert Hooke zu bestehen gehabt hatte, sah er sich , als er 1704 endlich eine **Fluxionsrechnung** vorlegte, in Prioritätsstreitigkeiten mit Leibniz über die Erfindung der **Differentialrechnung** verwickelt. Schöne Erfolge waren für ihn dagegen die Herausgabe der beiden erweiterten Neuausgaben seiner **'Prinzipien'** in den Jahren 1713 und 1726. Beide Male hatte er prüfenden Helfer: das erste Mal den Cambridger Professor **Roger Cotes**, das andere Mal den Londoner Arzt **Henry Pemberton**. Ihre Briefwechsel mit Newton sind Zeugnisse ausdauernder gemeinsamer Arbeit.

Die Physik des 18. Jahrhunderts wurde zunehmend von Newton geprägt. Die **Gravitationslehre** erwies ihre Fruchtbarkeit. Auf dem Festland wurde sie gepflegt von Daniel Bernoulli und Leonhard Euler, dann von den Franzosen Alexis-Claude Clairaut und Jean le Rond D'Alembert, von Joseph-Louis Lagrange und besonders von Pierre-Simon Laplace. In Deutschland erwuchsen ihr in Carl Friedrich Gauß und Friedrich Wilhelm Bessel weitere Träger.

Hinter der Wirkung verschwand das Bild des Menschen Isaac Newton. **David Brewster** versuchte, es genauer zu untersuchen. Im 20. Jahrhundert hat eine verstärkte Newton-Forschung begonnen.

Quelle: Armin Hermann 'Lexikon - Geschichte der Physik A-Z', Aulis-Verlag Deubner & Co KG 1978

Quellen: http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/newton.htm