7. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe: Mittwoch, 11.Dezember 2002 in den Übungen.

Aufgabe A17: *Lagrangefunktion, Lagrangegleichungen*
Ein mechanisches System hänge über die Kante eines Tisches. Die Bewegung verlaufe in der Ebene senkrecht zur Tischkante; Reibungskräfte sollen vernachlässigt werden. Das System bestehe aus

a) zwei Massenpunkten der Masse m, die durch einen masselosen Faden der Länge L verbunden sind (siehe Fig. 1);

b) einer homogenen Kette der Masse M und Länge L (siehe Fig. 2).

Bestimmen Sie für beide Fälle die Lagrangefunktion und die Lagrangegleichungen 2. Art. Geben Sie die Energie an und zeigen Sie explizit, dass diese erhalten ist. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen alternativ aus den Newtonschen Axiomen her. **(4 Punkte)**

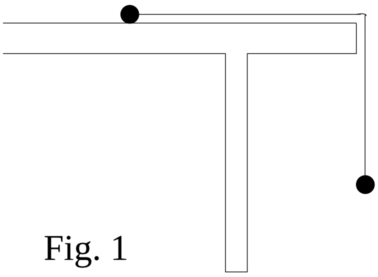

Fig. 1

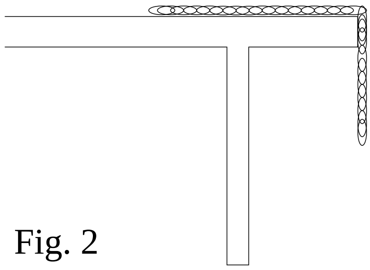

Fig. 2

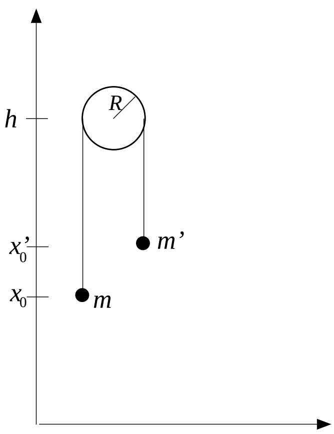

Fig. 3

Aufgabe A18: *Lagrangefunktion, Lagrangegleichungen: Atwood-Fallmaschine*

Im Jahr 1784 beschrieb G. Atwood folgenden Apparat zur Demonstration der Fallgesetze und groben Bestimmung der Erdbeschleunigung: Über eine Rolle (vernachlässigbarer Masse) mit Radius R, die um eine horizontale Achse auf der Höhe h (reibungsfrei) drehbar sei, hänge ein (masseloser) Faden konstanter Länge L, an dessen Enden zwei Massen m und m' im homogenen Schwerefeld hängen: m bei der Lagekoordinate x_0, m' bei x'_0 über dem Nullniveau (siehe Fig. 3). Wie bewegt sich die Masse m nach unten, wenn m etwas größer ist als m' ? Beschaffen Sie sich die Bewegungsgleichung mit Hilfe:

a) der Newton-Axiome, **(1 Punkt)**

b) des Prinzip von d'Alembert, **(1 Punkt)**

c) der Lagrange-Gleichungen 2. Art, **(1 Punkt)**

d) der Lagrange-Gleichungen 1. Art. **(1 Punkt)**

e) Berechnen Sie die Seilspannung. **(1 Punkt)**

Aufgabe A19: *Lagrangefunktion, Lagrangegleichungen: Massenpunkt in Schultüte*

Die Bewegungsmöglichkeit eines Massenpunktes m sei eingeschränkt auf die Innenseite eines Kreiskegels, der mit der Öffnung (Winkel: 2α) nach oben im Schwerefeld nahe der Erdoberfläche steht. Damit sind von den drei Zylinderkoordinaten r, φ und z des Punktes wegen der Zwangsbedingung $r/z = \tan(\alpha)$ nur zwei, etwa r und φ, unabhängig. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen für diese beiden Koordinaten her:

a) indem Sie die Zwangskraft $\vec{Z}$ in die Newtonsche Bewegungsgleichung einführen und berücksichtigen, dass $\vec{Z}$ stets senkrecht zur Kegelwand gerichtet ist, also nur *eine* unabhängige Komponente hat, die eliminiert werden kann. **(2 Punkte)**

b) indem Sie das d'Alember-Prinzip anwenden, so dass die Zwangskraft gar nicht erst auftritt, **(2 Punkte)**

c) indem Sie die Lagrange-Gleichungen 2. Art benutzen, in denen ebenfalls kein $\vec{Z}$ erscheint. **(2 Punkte)**