

## 2. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK IV (STATISTISCHE PHYSIK UND THERMODYNAMIK)

Abgabe: Freitag, 04. Mai 2007 in den Übungen.

### Aufgabe 2.1: (2 Punkte)

Betrachten Sie nochmals das eindimensionale quantenmechanische System eines Punktteilchens mit Masse  $m$  im unendlich tiefen Kastenpotential aus Aufgabe 1.3 c): Berechnen Sie die mittlere Energie  $\langle E \rangle$  sowie  $\langle E^2 \rangle$ .

### Aufgabe 2.2: Benötigte Mathematik: Stirling-Formel

Leiten Sie die *Stirling-Formel*

$$\ln(n!) \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln(n) - n + \frac{1}{2} \cdot \ln(2\pi)$$

her:

- a) Berechnen Sie zunächst

$$\int_0^\infty dx e^{-x} x^n.$$

Dabei sei  $n \geq 0$  eine ganze Zahl.

**(2 Punkte)**

- b) Entwickeln Sie dann den natürlichen Logarithmus (warum ?) des Integranden um die Stellen seines Maximums und betrachten Sie das Ergebnis für große  $n$ .

**(2 Punkte)**

- c) Bestimmen Sie den ersten Korrekturterm.

**(2 Punkte)**

### Aufgabe 2.3:

Die Energieniveaus eines Oszillators mit Frequenz  $\nu$  sind gegeben durch

$$\epsilon = \frac{1}{2}h\nu, \frac{3}{2}h\nu, \dots, \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu, \dots$$

Ein System von  $N$  Oszillatoren habe die Gesamtenergie

$$E = \frac{1}{2}Nh\nu + Mh\nu$$

( $M \geq 0$  sei ganzzahlig).

- a) Was ist die Gesamtzahl der möglichen Zustände  $\Omega_M$  für gegebenes  $E$  ?

**(2 Punkte)**

- b) Berechnen Sie die Entropie

$$S = k \ln \Omega_M$$

mit Hilfe der Stirling-Formel für  $N \gg 1, M \gg 1$ .

**(1 Punkt)**

- c) Die Temperatur  $T$  ist definiert als

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}.$$

Drücken Sie die Gesamtenergie als Funktion der Temperatur aus und diskutieren Sie die Funktion  $E(T)$ . **(2 Punkte)**