

## 5. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK IV (STATISTISCHE PHYSIK UND THERMODYNAMIK)

Abgabe: Freitag, 25. Mai 2007 in den Übungen.

### Aufgabe 5.1:

Ein klassisches Teilchen befinde sich bei Temperatur  $T$  in einem Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -a \leq x < 0, \\ V_0 > 0 & \text{für } 0 \leq x < 2a, \\ +\infty & \text{sonst} \end{cases}$$

( $V_0 = \text{const.}$ )

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $p_l$  und  $p_r$  dafür, dass sich das Teilchen links ( $x < 0$ ) bzw. rechts ( $x > 0$ ) befindet. **(2 Punkte)**
- b) Bei welcher Temperatur sind beide Wahrscheinlichkeiten gleich? **(1 Punkt)**

### Aufgabe 5.2:

Ein quantenmechanischer harmonischer Oszillator befinde sich in einem Wärmebad. Wie groß muß die Temperatur sein, damit er mit gleicher Wahrscheinlichkeit im Grundzustand bzw. angeregt ist? **(2 Punkte)**

### Aufgabe 5.3:

Betrachten Sie ideale Gase von Bosonen sowie von Fermionen. Die Großkanonische Zustandssumme lässt sich dann für die beiden Systeme folgendermaßen zusammenfassen (vergleichen Sie mit den in der Vorlesung hergeleiteten Ausdrücken):

$$\ln Z_{grk} = \mp \sum_{\nu} \ln \left( 1 \mp e^{-\beta(E_{\nu} - \mu)} \right) \quad (*)$$

Dabei gelten die oberen Vorzeichen für das Bose-Gas und die unteren Vorzeichen für das Fermi-Gas.

- a) Berechnen Sie für beide Fälle

$$\bar{N} = \sum_{\nu} \bar{n}_{\nu} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z_{grk}$$

und lesen Sie aus dem Ergebnis die mittleren Besetzungszahlen  $\bar{n}_{\nu}$  der Zustände ab. **(1 Punkt)**

- b) Berechnen Sie die Entropie

$$S = k \left( 1 - \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \ln Z_{grk}$$

für beide Fälle. Leiten Sie einen Ausdruck für  $S$  her, in dem nur die mittlere Besetzungszahlen  $\bar{n}_{\nu}$  vorkommen. Was ergibt sich für die Entropie  $S$  im klassischen Grenzfall  $\bar{n}_{\nu} \ll 1$ ? **(5 Punkte)**

b.w.

### Aufgabe 5.4: Verdünntes ideales Gas, klassischer Grenzfall

- a) Berechnen Sie  $\ln(Z_{grk})$  (siehe (\*) aus Aufgabe 5.3) für freie Teilchen in einem Würfel der Kantenlänge  $L$  im thermodynamischen Grenzfall für  $\mu < 0$  und  $e^{-\beta(E_\nu - \mu)} \ll 1$ . Ersetzen Sie dazu die Summe über die Einteilchenzustände durch ein Integral und entwickeln Sie den Logarithmus.  
Was ergibt sich für Fermionen bzw. Bosonen ? **(3 Punkte)**
- b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil a) die mittlere Teilchenzahl  $\bar{N}$  sowie die mittlere Energie  $\bar{E}$ . Drücken Sie  $\bar{E}$  durch  $\bar{N}$  und  $T$  aus. **(2 Punkte)**

### Satyendranath Bose

**Born: 1 Jan 1894 in Calcutta, India**  
**Died: 4 Feb 1974 in Calcutta, India**



Click the picture above  
to see five larger pictures

Show birthplace location

[Previous](#) (Chronologically) [Next](#) [Biographies Index](#)

[Previous](#) (Alphabetically) [Next](#) [Main index](#)

**Satyendranath Bose** studied at the University of Calcutta, then taught there in 1916, taught at the University of Dacca (1921-45), then returned to Calcutta (1945-56). He did important work in quantum theory, in particular on Planck's black body radiation law.

Bose sent his work *Planck's Law and the Hypothesis of Light Quanta* (1924) to Einstein. He wrote a covering letter saying:-

*Respected Sir, I have ventured to send you the accompanying article for your perusal and opinion. You will see that I have tried to deduce the coefficient .. in Planck's law independent of classical electrodynamics.*

It was enthusiastically endorsed by Einstein who saw at once that Bose had removed a major objection against light quanta. The paper was translated into German by Einstein and submitted with a strong recommendation to the *Zeitschrift für Physik*. Einstein extended Bose's treatment to material particles whose number is conserved and published several papers on this extension.

Bose also published on statistical mechanics leading to the Einstein-Bose statistics. Dirac coined the term *boson* for particles obeying these statistics.

**Article by:** *J J O'Connor* and *E F Robertson*

**Click on this link to see a list of the Glossary entries for this page**

### Satyendranath Bose

