Stand 09.07.2004

Übung 9.3

a) Bestimme nach der Hakenformel die Young-Diagramme für die die zugehörige irreduzible Darstellung eindimensional ist.
Erinnerung Hakenformel:

$$d = \frac{n!}{\prod \Gamma_i} \qquad \Gamma_i = R_i + U_i + 1$$

($R_i(U_i)$ = Anzahl Kästchen rechts(unterhalb) der Position i im Diagramm)

Übung 9.6

a) Ausreduktion der regulären Darstellung der $\mathcal{S}_3$

Seien $\{\theta(1,s), \theta(1,a), \theta(2,n)\theta(2,s)\}$ die 4 standard Young-Tableaus der $\mathcal{S}_3$, wobei der erste Index die Dimension der entsprechenden irreduziblen Darstellung angibt und der zweite Index für symmetrisch, antisymmetrisch, normal bzw standard steht.

- Gebe die zugehörigen Projektionselemente e_θ der Gruppenalgebra an.

  $$e_\theta = s_\theta \cdot a_\theta \quad , \quad s_\theta = \sum_h h \quad , \quad s_\theta = \sum_v sgn(v) v$$

  (h,v sind die horizontalen bzw. vertikalen Permutationen des jeweiligen Tableaus)

- Bestimme die Normierungsfaktoren η_θ in $e_\theta \cdot e_\theta = \eta_\theta e_\theta$

- Zeige dass die Summe der normierten e_θ das Einselement der Gruppe ergibt:

  $$\sum \frac{e_\theta}{\eta_\theta} = e$$

- Was ergibt sich daraus für die zugehörigen Projektoren

  $$P_\theta : f \rightarrow f \cdot e_\theta / \eta_\theta$$

- Zeige

  $$e_{\theta(2,n)} \cdot e_{\theta(2,s)} = 0$$

- Bestimme die Wirkung der Gruppenelemente auf $e_{\theta(2,n)}$ d.h. $g \cdot e_{\theta(2,n)}$, $g \in S_3$. Zeige dass diese Vektoren (Elemente der Gruppenalgebra) einen 2-dimensionalen Raum aufspannen.