Institut für Theoretische Physik III
Universität Erlangen–Nürnberg
Jan M. Pawlowski

WS 2003/04

11. Februar 2004

Blatt 13

13. Gribov-Problem & BRST Symmetrie

Das Schwingerfunktional der reinen Yang-Mills Theorie mit einer allgemeinen Eichung $\mathcal{F}[A]$ ist durch

$$e^{W[J,\eta,\bar\eta,Q_A,Q_c]} = \int dA\, d\bar c\, dc\, e^{-\left(S_A[A]+S_{\rm gf}[A]+S_{\rm gh}[c,\bar c,A]\right)+\int d^4x\left\{J^a_\mu A^a_\mu+\bar\eta^a c^a+\bar c^a\eta^a+Q^a_{A,\mu}\,(\mathbf{s}A)^a_\mu+Q^a_c\,(\mathbf{s}c)^a\right\}} \qquad (1)$$

mit

$$\begin{aligned} S_A[A,\psi] &= -\frac{1}{2}\int d^4x\,{\rm tr}\,F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \\ S_{\rm gf}[A] &= \frac{1}{2\xi}\int d^4x\,\mathcal{F}[A]^2, \qquad S_{\rm gh}[c,\bar c,A] = \int d^4x\,\bar c^a\frac{\partial\mathcal{F}_a[A]}{\partial A^b_\mu}D_\mu c^b \end{aligned} \qquad (2)$$

gegeben. Bei der Herleitung hatten wir angenommen, daß die Eichbedingung $\mathcal{F}[A] = C(x)$ nur eine Lösung besitzt. Das Maß $dA\,d(\psi,\bar\psi)$ und die Wirkung $S_A + S_{\rm gf} + S_{\rm gh}$ sind invariant unter den BRST-Transformationen s mit

$$(\mathbf{s}A)^a_\mu = -D^{ab}_\mu c^b, \qquad (\mathbf{s}c)^a = \frac{1}{2}f^{abc}c^b\,c^c, \qquad (\mathbf{s}\bar c)^a = -\xi\mathcal{F}^a[A]. \qquad (3)$$

a) Wir betrachten eichinvariante Erwartungswerte des endlichdimensionalen Spielzeugmodells

$$\langle O(r)\rangle = \frac{1}{N}\int dx_1\,dx_2 O(r)\,e^{-S_A(r)} \qquad \text{mit} \qquad r=\sqrt{x_1^2+x_2^2}. \qquad (4)$$

Unter Eichinvarianz ist hier Rotationsinvarianz zu verstehen, d.h. Invarianz unter Drehungen $g(\varphi)$ um beliebige Winkel φ. Ein Eichorbit eines Vektors $\vec x = (x_1, x_2)$ besteht aus der Menge aller Vektoren

$$\vec x^{\,g(\varphi)} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}\vec x. \qquad (5)$$

Führe den Fadeev-Popov Trick durch für die Eichungen

$$x_2^{g(\varphi)} = 0 \qquad\qquad x_1^{g(\varphi)}x_2^{g(\varphi)} = 0. \qquad (6)$$

b) Leite die Slavnov-Taylor Identität

$$J_\mu^a \frac{\delta W}{\delta Q_{A,\mu}^a} - \bar{\eta}^a \frac{\delta W}{\delta Q_c^a} - \xi \langle \mathcal{F}^a \rangle \eta^a = 0 \tag{7}$$

.

c)* Die Effektive Wirkung Γ ist die Legendretransformierte des Schwingerfunktionals W bezüglich der Quellen $J, \eta, \bar{\eta}$ gegeben.

$$\Gamma[A, c, \bar{c}; Q_A, Q_c] = \left\{ \int d^4x \, \left(J_\mu^a A_\mu^a + \bar{\eta}^a c^a + \bar{c}^a \eta^a \right) - W \right\}. \tag{8}$$

Zeige, daß sich für allgemeine lineare Eichungen die Slavnov-Taylor Identitäten (7) schreiben lassen als

$$\int d^4x \left(\frac{\delta \Gamma}{\delta A_\mu^a(x)} \frac{\delta \Gamma}{\delta Q_\mu^a(x)} + \frac{\delta \Gamma}{\delta c^a(x)} \frac{\delta \Gamma}{\delta Q_c^a(x)} \right) + \xi \mathcal{F}^a[A](x) \frac{\delta \Gamma}{\delta \bar{c}^a(x)} = 0. \tag{9}$$