4.2 $N=2$ Susy Yang-Mills

$$\{Q^a_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta b}\} = 2(\sigma^\nu)_{\alpha\dot\beta} P_\nu \delta^a_b$$

$$\{Q^a_\alpha, Q^b_\beta\} = 2\sqrt{2}\,\varepsilon_{\alpha\beta}\varepsilon^{ab} Z$$

$$\{\bar{Q}_{\dot\alpha a}, \bar{Q}_{\dot\beta b}\} = 2\sqrt{2}\,\varepsilon_{\dot\alpha\dot\beta}\varepsilon_{ab} Z$$

Z: central charge ($\Leftarrow$ p. 97, 98)

creat. and annihil. operators:

$$a_\alpha = \frac{1}{2}\{Q^1_\alpha + \varepsilon_{\alpha\beta}(Q^2_\beta)^+\}$$

$$b_\alpha = \frac{1}{2}\{Q^1_\alpha - \varepsilon_{\alpha\beta}(Q^2_\beta)^+\}$$

with

$$\{a_\alpha, a^+_\beta\} = \delta_{\alpha\beta}(M + \sqrt{2}Z)$$

$$\{b_\alpha, b^+_\beta\} = \delta_{\alpha\beta}(\underbrace{M - \sqrt{2}Z}_{\geq 0})$$

$$\Rightarrow \boxed{M \geq \sqrt{2}Z}$$

Lagrangian : (construction from $N=1$ Lagrangians)

Vector field [in Wess-Zumino gauge]

real $\qquad C = M = N = \chi = 0$

$$V = -\theta\sigma^\mu\bar\theta A_\mu + i\theta^2\bar\theta\bar\lambda - i\bar\theta^2\theta\lambda + \frac{1}{2}\theta^2\bar\theta^2 D$$

gaugino

Field strength

$$W_\alpha = \frac{1}{8}\bar D^2 e^{2V} D_\alpha e^{-2V}$$

$$= \left(-i\lambda_\alpha + \theta_\alpha D - \tfrac{i}{2}(\sigma^\mu\bar\sigma^\nu\theta)_\alpha F_{\mu\nu} + \theta^2\sigma^\mu D_\mu\bar\lambda\right)$$

$\tau = \theta/2\pi + 4\pi i/g^2$

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{8\pi}\,\mathrm{Im}\left(\tau\ \mathrm{tr}\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha\right)\\ &= -\frac{1}{4g^2}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu a} + \frac{\theta}{32\pi^2}F^a_{\mu\nu}\tilde F^{\mu\nu a}\\ &\quad + \frac{1}{g^2}\left(\frac{1}{2}D^aD^a - \lambda^a\sigma^\mu D_\mu\bar\lambda^a\right)\end{aligned}}$$

Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg
Jan M. Pawlowski

WS 2004/05

13. Dezember 2004

Blatt 3

1. Superraum

Die Supersymmetriealgebra ist durch Erzeugende Q_α und $\bar{Q}_{\dot\alpha}$ mit der Algebra

$$\{Q_\alpha\,,\,\bar{Q}_{\dot\alpha}\} = 2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a \qquad \text{mit} \qquad \mathcal{D}_a = \frac{\partial}{\partial x^a} \tag{1}$$

gegeben. Alle anderen (Anti)-kommutatoren zwischen $(Q, \bar{Q}, \mathcal{D})$ verschwinden. Seien $\mathcal{D}_\alpha$ und $\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}$ fermionische Erzeugende mit der Algebra

$$\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} = -2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a \qquad \{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{Q}_{\dot\alpha}\} = \{\mathcal{D}_\alpha\,,\,Q_\alpha\} = 0\,, \tag{2}$$

alle anderen (Anti)-kommutatoren zwischen $(\mathcal{D}, \bar{\mathcal{D}})$ verschwinden. Zeigen Sie, daß aus

$$\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha}\bar{Q}^{\dot\alpha} \stackrel{!}{=} \xi^\alpha\mathcal{D}_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha} + \xi^a\mathcal{D}_a \tag{3}$$

die Relationen

$$\mathcal{D}_\alpha\xi^a = 2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\bar{\xi}^{\dot\alpha}\,, \qquad \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\xi^a = -2i\xi^\alpha\sigma^a_{\alpha\dot\alpha} \tag{4}$$

folgen. Überzeugen Sie sich, daß obige Algebren für die explizite Superaumdarstellung

$$Q_\alpha = \partial_\alpha - i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\bar{\theta}^{\dot\alpha}\mathcal{D}_a \qquad \bar{Q}_{\dot\alpha} = \bar{\partial}_{\dot\alpha} + i\theta^\alpha\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a \tag{5}$$

$$\mathcal{D}_\alpha = \partial_\alpha + i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\bar{\theta}^{\dot\alpha}\mathcal{D}_a \qquad \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha} = \bar{\partial}_{\dot\alpha} - i\theta^\alpha\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a \tag{6}$$

und

$$\xi^a = 2i(\theta\sigma^a\bar{\xi} - \xi\sigma^a\bar{\theta}) \tag{7}$$

erfüllt sind. Dabei ist

$$\partial_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha}\,, \qquad \bar{\partial}^{\dot\alpha} = \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot\alpha}} \quad \to \quad \bar{\partial}_{\dot\alpha} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot\alpha}}\,. \tag{8}$$

Beweisen Sie die letzte Relation.

2. Chirales Multiplett

Die Supersymmetrietransformation δ_ξ auf ein Feld ϕ ist definiert durch $(\xi^a = 0)$

$$\delta_\xi\phi = -(\xi^\alpha\mathcal{D}_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha})\phi\,.$$

Ein chirales Feld erfüllt

$$\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\phi = 0\,. \tag{9}$$

Sei ϕ ein skalares chirales Feld. Wir definieren die weiteren Felder im chiralen Multiplett mit

$$\chi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{D}_\alpha\phi\,, \qquad F = -\frac{1}{4}\mathcal{D}^2\phi\,, \tag{10}$$

Lösungen

1. Superraum

Die Algebra (2) sagt aus, daß alle Erzeugenden $\mathcal{D}$ mit Supersymmetrietransformationen vertauschen.

$$[\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha}\bar{Q}^{\dot\alpha}\,,\,\mathcal{D}] = 0\,, \tag{18}$$

Eine Darstellung der $\mathcal{D}$'s ist invariant unter Supersymmetrietransformationen. Die Algebra (18) lässt sich mit (3) als

$$[\xi^\alpha \mathcal{D}_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha} + \xi^a\mathcal{D}_a\,,\,\mathcal{D}] = 0 \tag{19}$$

schreiben. Wir werten (19) für $\mathcal{D} = \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}$ aus. Es folgt

$$[\xi^\alpha \mathcal{D}_\alpha + \xi^a\mathcal{D}_a\,,\,\bar{\mathcal{D}}_\alpha] = \xi^\alpha\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_\alpha\} + [\xi^a\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}] = -2i\xi^\alpha\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a - (\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\xi^a)\mathcal{D}_a = 0\,. \tag{20}$$

In (20) haben wir benutzt, daß $\{\xi^\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_\alpha\} = 0 = [\mathcal{D}_a\,,\,\mathcal{D}]$. Mit (20) und der analogen Relation für $[\xi^\alpha\mathcal{D}_\alpha + \xi^a\mathcal{D}_a\,,\,\mathcal{D}_\alpha]$ sind die Relationen (4) gezeigt.

Die Relation (3) ist mit (5) und (7) erüllt. Wir zeigen exemplarisch $\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} = -2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}$. Dazu benötigen wir die letzte Relation in (8). Diese folgt mit

$$\bar\partial_{\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\beta} = \bar\partial^{\dot\gamma}\epsilon_{\dot\alpha\dot\gamma}\epsilon^{\dot\beta\dot\delta}\bar\theta_{\dot\delta} = \epsilon_{\dot\alpha\dot\gamma}\epsilon^{\dot\beta\dot\delta}\delta^{\dot\gamma}_{\dot\delta} = \epsilon_{\dot\alpha\dot\gamma}\epsilon^{\dot\beta\dot\gamma} = -\epsilon_{\dot\alpha\dot\gamma}\epsilon^{\dot\gamma\dot\beta} = -\delta^{\dot\beta}_{\dot\alpha}\,.$$

Damit gilt

$$\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} = i\left(-\partial_\alpha\theta^\beta\,\sigma^a_{\beta\dot\alpha} + \bar\partial_{\dot\alpha}\,\sigma^a_{\alpha\dot\beta}\sigma^a_{\alpha\dot\beta}\right)\mathcal{D}_a = -2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a\,.$$

2. Chirales Multiplett

Wir zeigen (11) durch sukzessives Verwenden der Algebra (2):

$$D_\alpha\bar{D}_{\dot\alpha} = \{D_\alpha\,,\,\bar{D}_{\dot\alpha}\} - \bar{D}_{\dot\alpha}D_\alpha = -2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a - \bar{D}_{\dot\alpha}D_\alpha\,. \tag{21}$$

Diese Identiät ermöglicht es uns, alle $\mathcal{D}$'s nach rechts zu bringen. Da $\bar\phi$ anti-chiral ist, verschwindet $\mathcal{D}_\alpha\bar\phi$. Es gilt

$$\mathcal{D}^2\bar{\mathcal{D}}^2\bar\phi = \mathcal{D}^\alpha\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\}\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\bar\phi - \mathcal{D}^\alpha\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\mathcal{D}_\alpha\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\bar\phi = \{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\}\mathcal{D}^\alpha\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\bar\phi - \mathcal{D}^\alpha\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\}\bar\phi\,. \tag{22}$$

In (22) wurde die Anti-Chiralität von $\bar\phi$ verwendet (2ter Term auf der rechten Seite) und die Tatsache, dass der Antikommutator $\{\mathcal{D}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\}$ nur von $\mathcal{D}_a$ abhängt, welches mit allen $\mathcal{D}$'s vertauscht. Damit kann auch $\mathcal{D}^\alpha\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}$ im letzten Term auf der rechten Seite von (22) mit dem Antikommutator vertauscht werden. Außerdem verwenden wir nochmals die Anti-Chiralität von $\bar\phi$: $\mathcal{D}^\alpha\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\bar\phi = \{\mathcal{D}^\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\}\bar\phi$. Dann folgt aus (22), daß

$$\mathcal{D}^2\bar{\mathcal{D}}^2\bar\phi = 2\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\}\{\mathcal{D}^\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\}\bar\phi = -8\sigma^a{}_{\alpha\dot\alpha}\sigma^{b\alpha\dot\alpha}D_aD_b\bar\phi = -16D^aD_a\bar\phi\,, \tag{23}$$

mit $\bar\sigma^{\dot\alpha\alpha} = \sigma^{\alpha\dot\alpha}$, $\mathrm{tr}\,\sigma^a\bar\sigma^b = -2\eta^{ab}$ und $\mathcal{T}_1{}^\alpha{}_{\dot\alpha}\mathcal{T}_{2\alpha}{}^{\dot\alpha} = -\mathcal{T}_{1\alpha\dot\alpha}\mathcal{T}_2{}^{\alpha\dot\alpha}$ für beliebige Tensoren $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2$.

Die Supersymmetrietransformation der Lagrangedichte (12) ist eine totale Ableitung $\sim D_a\chi_L$, deren Raumzeitintegral verschwindet (in Abwesenheit von Randtermen). Dies wurde in der

Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg
Jan M. Pawlowski

1. Superraum

Die Algebra

2. Chirales Multiplett

Die Supersymmetrietransformation δ_ξ auf ein Feld ϕ ist definiert durch ($\xi^a = 0$)

$$\delta_\xi \phi = -(\xi^\alpha \mathcal{D}_\alpha + \bar{\xi}_{\dot\alpha} \bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha})\phi\,.$$

Ein chirales Feld erfüllt

$$\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}\phi = 0\,. \tag{1}$$

Sei ϕ ein skalares chirales Feld. Wir definieren die weiteren Felder im chiralen Multiplett mit

$$\chi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{D}_\alpha\phi\,, \qquad F = -\frac{1}{4}\mathcal{D}^2\phi\,,$$

mit $\mathcal{D}^2 = \mathcal{D}^\alpha\mathcal{D}_\alpha$. Zeigen Sie mit Hilfe von (??), daß

$$\mathcal{D}^2\bar{\mathcal{D}}^2\bar{\phi} = -16\,\Box\,\bar{\phi}\,.$$

Beachten Sie dabei, daß $\bar{\mathcal{D}}^2 = \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{D}}^{\dot\alpha}$. Warum ist eine Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\mathcal{D}^2 L + \text{h.c.}$$

für ein beliebiges skalares chirales Superfeld L supersymmetrisch? Drücken Sie die Lagrangedichte $\mathcal{L}$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\mathcal{D}^2\left[-\frac{1}{8}\bar{\mathcal{D}}^2\bar{\phi}\phi + g(\phi)\right]\,, \qquad \text{mit} \qquad g(\phi) = \gamma + \lambda\phi + \frac{1}{2}m\phi^2 + \frac{1}{6}\kappa\phi^3\,.$$

in den Komponentenfeldern ϕ, χ, F aus. Entwickeln Sie das chirale Superfeld $\phi(x,\theta,\bar\theta)$ in Ordnungen von $\theta, \bar\theta$. Benutzen Sie dazu wie in der Vorlesung die Relation (1) und die explizite Darstellung (??) vor der Entwicklung, um die Chiralität sicherzustellen.

3. Eichmultiplett

Die Superalgebra in der Anwesenheit einer Eichsymmetrie hat die Form

$$\begin{aligned}
\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} &= -2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\mathcal{D}_a\,,\\
\{\mathcal{D}_\alpha\,,\,\mathcal{D}_\beta\} &= 0\,,\\
[\mathcal{D}_\alpha\,,\,\mathcal{D}^a] &= i(\sigma^a\bar\lambda)_\alpha\,,\\
[\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\,,\,\mathcal{D}^a] &= -i(\lambda\sigma^a)_{\dot\alpha}\,,\\
[\mathcal{D}_b\,,\,\mathcal{D}_b] &= F_{ab}\,,\\
[\delta_I\,,\,\mathcal{D}_A] &= 0\,,\\
[\delta_I\,,\,\delta_J] &= C_{IJ}{}^K\delta_K\,.
\end{aligned} \tag{2}$$

Eichsymmetrie:

Kovariante Ableitung:

$$\mathcal{D}_a = \partial_a + A_a^{\ I}\, \delta_I$$

← interne Indizes

∂_a: Raum-Zeit diff.

$A_a^{\ I}$: Zusammenhang

mit

$$\delta_\omega A^I = \partial \omega^I + c_{JK}{}^I \omega^J A^K = (\mathcal{D}\omega)^I$$

Wirkung durch Kommut.

$$(\delta_\omega A = [\mathcal{D}, \omega])$$

und

$$[\delta_I, \delta_J] = c_{IJ}{}^K \delta_K$$

$$[\mathcal{D}_a, \mathcal{D}_b] = F_{ab}{}^I\, \delta_I$$

$F_{ab}{}^I$: YM-Feldstärke

Spinor kovariante Ableitungen:

$$\mathcal{D}_\alpha = \partial_\alpha + A_\alpha{}^I\, \delta_I$$

∂_α: vorher D_α

$$\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha} = (\mathcal{D}_\alpha)^*$$

Feldstärken:

(i) $\{\mathcal{D}_\alpha, \mathcal{D}_\beta\} = F_{\alpha\beta}{}^I\, \delta_I$

(ii) $\{\mathcal{D}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_{\dot\beta}\} = F_{\alpha\dot\beta}{}^I\, \delta_I - 2i\sigma_{\alpha\dot\beta}{}^a \mathcal{D}_a$

Damit folgt:

$$\{\mathcal{D}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} = -2i\,\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^a\,\mathcal{D}_a$$

$$[\mathcal{D}_\alpha, \mathcal{D}_a] = i\left(\sigma^a \cdot \bar\lambda^I\right)_\alpha \delta_I$$

keep! $$[\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}, \mathcal{D}_a] = -i\left(\lambda^I \cdot \sigma^a\right)_{\dot\alpha} \delta_I$$

$$[\mathcal{D}_a, \mathcal{D}_b] = F_{ab}{}^I\,\delta_I \quad \text{mit} \quad F_{ab}{}^I = \partial_{[a} A^I_{b]} + A_{[a} \ldots$$

$$[\delta_I, \mathcal{D}_A] = 0$$

$$[\delta_I, \delta_J] = c_{IJ}{}^K\,\delta_K$$

mit den nichttrivialen Feldstärken

$$F_{\alpha a}{}^I = i\,\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^a\,\bar\lambda^{\dot\alpha I} \longleftarrow \text{gaugino}$$

$$F_{\dot\alpha a}{}^I = -i\,\lambda^{I\alpha}\,\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^a$$

$$F_{ab}{}^I = \partial_a A_b - \partial_b A_a - c_{JK}{}^I A^J_a A^K_b$$

nötig. für $\delta\Phi$

Die Chiralität von λ^I folgt aus der BI:

$$\bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\,\lambda^I_\alpha = 0 \qquad \text{aus } (\dot\alpha, \dot\beta, a)$$

$$\mathcal{D}_\alpha\,\bar\lambda^I_{\dot\alpha} = 0 \qquad \text{aus } (\alpha, \beta, a)$$

und

$$\mathcal{D}_\alpha \lambda^{I\beta} = \sigma^{ab}{}_\alpha{}^\beta\,F_{ab}{}^I - i\,\delta_\alpha{}^\beta\,D^I$$

mit

$$D^I = \tfrac{i}{2}\,\mathcal{D}^\alpha \lambda^I_\alpha = (D^I)^* \qquad \text{aus } (\alpha, \dot\alpha, a)$$

Implikationen für nichtverschwindende $F_{\alpha\beta}$:

Keine kovariant chiralen Felder die f. Eichgruppensinglett

$$\bar{D}_{\dot\alpha}\,\phi = 0 \Rightarrow \{\bar{D}_{\dot\alpha}, \bar{D}_{\dot\beta}\}\phi = F_{\dot\alpha\dot\beta}{}^{I}\,\delta_I\,\phi = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta_I\,\phi = 0 \quad \sim \text{singlett}$$

Wir fordern daher $F_{\alpha\beta}{}^{I} = 0 \Rightarrow F_{\dot\alpha\dot\beta}{}^{I} = 0.$

& Außerdem definieren wir $\mathcal{D}_a$ mit

$$\{\mathcal{D}_\alpha, \bar{\mathcal{D}}_{\dot\alpha}\} =: -2i\,\mathcal{D}_a$$

(Wenn $F_{\alpha\dot\alpha} \neq 0 \Rightarrow A \to A_a + \delta A_a$ mit $2i\sigma^a_{\alpha\dot\alpha}\delta A_a = F_{\alpha\dot\alpha}$)

$$\Rightarrow [\mathcal{D}_a, \mathcal{D}_b] = F_{ab}$$

Bemerkung:

$F_{\alpha\beta} = F_{\dot\alpha\dot\beta} = 0$ sind Zwangsbedingungen

$F_{\alpha\dot\beta} = 0$ Redefinition

$F_{\alpha a}$ und $F_{\dot\alpha a}$ aus Bianchi-Identitäten

Spinorableitung von D^I:

Aus $\frac{i}{2} D_\alpha D^\beta \lambda^I{}_\beta = -\frac{i}{4} D^2 \lambda^I_\alpha$

$$= -\frac{i}{2} D_\alpha \bar{D}_{\dot\beta} \bar\lambda^{I\dot\beta}$$

mit ... $D^I = \frac{i}{2} D^\alpha \lambda^I_\alpha = (D^I)^* = -\frac{i}{2} \bar{D}_{\dot\alpha} \bar\lambda^{\dot\alpha I}$

Es folgt aus Antichiralität von $\bar\lambda$:

$$\underline{D^2 \lambda^I_\alpha} = 4i(-\tfrac{i}{2}) D_\alpha \bar{D}_{\dot\beta} \bar\lambda^{I\dot\beta}$$

$$= 4i \cdot -\tfrac{i}{2} (2i) \sigma^a_{\alpha\dot\beta} \partial_a \bar\lambda^{I\dot\beta}$$

$$= \underline{4i\, \sigma^a_{\alpha\dot\beta} \partial_a \bar\lambda^{I\dot\beta}}$$

$$= \underline{4i \cdot P_\alpha D^I}$$

Wir haben ein Eichmultiplett

$$(A_a, \lambda_\alpha, \bar\lambda_{\dot\alpha}, D)^I$$

Supertrafo's schließen auf dem Eichmultiplett

Bemerkungen:

(i) $A_\alpha, A_{\dot\alpha}$ tauchen nicht im Multiplett auf

(ii) Aus $\delta\lambda$: $\langle D^I \rangle \neq 0$ Susy brechung

(iii) dim $A_a = 1$, dim $\lambda_\alpha = \frac{3}{2} =$ dim $\bar\lambda_{\dot\alpha}$, dim $D = 2$

(iv) Alg inv. unter R-sym.

Ende Kapitel

Interaction with chiral multiplet

$$+\int d^2\theta\, d^2\bar\theta\ \phi^\dagger e^{-2V}\phi + \int d^2\theta\, W + \int d^2\bar\theta\, \overline{W}$$

$\mathcal{D}_\nu = (\partial_\nu - iA)$

$$= (\mathcal{D}_\nu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}_\nu \varphi) - i\bar\psi\bar\sigma^\nu \mathcal{D}_\nu \psi$$

Bogomol'nyi
$M \geq \sqrt{2}\,|Z|$
$= \sqrt{2}\,|v(n_g + \tau n_m)|$

$$-\varphi^\dagger D \varphi - i\sqrt{2}\,\varphi^\dagger \lambda\psi + i\sqrt{2}\,\bar\psi\varphi\bar\lambda + F^\dagger F$$

$$+\frac{\partial W}{\partial\varphi}F + \frac{\partial\overline{W}}{\partial\varphi^\dagger}F^\dagger - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\overline{W}}{\partial\varphi_i^\dagger\partial\varphi_j^\dagger}\bar\psi_i\bar\psi_j$$

Form $N=2$ multiplet from $(\varphi, \psi, \lambda, A_\nu)$

and eliminate the auxiliary fields F and D

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{8\pi}\,\mathrm{Im}\,\mathrm{tr}\left[\tau\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + 2\int d^2\theta\, d^2\bar\theta\ \phi^\dagger e^{-2V}\phi\right]$$

$$= \frac{1}{g^2}\,\mathrm{tr}\Big[-\frac{1}{4}F_{\nu\nu}F^{\nu\nu} + g^2\frac{\theta}{32\pi^2}F_{\nu\nu}\tilde F^{\nu\nu} + (\mathcal{D}_\nu\varphi)^\dagger\mathcal{D}^\nu\varphi$$

$$-\frac{1}{2}[\varphi^\dagger,\varphi]^2$$

$$-i\lambda\sigma^\nu\mathcal{D}_\nu\bar\lambda - i\bar\psi\bar\sigma^\nu\mathcal{D}_\nu\psi - i\sqrt{2}[\lambda,\psi]\varphi^\dagger - i\sqrt{2}[\bar\lambda,\bar\psi]\varphi\Big]$$