3. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen: in der Vorlesung am 10.11.06

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die in Polarkoordinaten durch $r = p/(1 + \varepsilon \cos\varphi)$ definierte Kurve $(p, \varepsilon > 0)$ in geeignet gewählten kartesischen Koordinaten durch $(x/a)^2 \pm (y/b)^2 = 1$ beschrieben werden kann. (Die unterschiedlichen Vorzeichen entsprechen den beiden Fällen $\varepsilon < 1$ und $\varepsilon > 1$). Geben Sie jeweils a und b als Funktionen von p und ε an. Überprüfen Sie auch, dass man im Grenzfall $\varepsilon = 1$ die bekannte Definition einer Parabel in kartesischen Koordinaten erhält.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Das Gravitationspotential der Sonne wird durch allgemein-relativistische Korrekturen folgendermaßen modifiziert:

$$V(r) = -\frac{\gamma M m}{r} + \frac{\alpha}{r^2},$$

wobei α eine Konstante ist. Zeigen Sie, daß der Zusatzterm zur Drehung des Perihels einer Planetenbahn führt. *Hinweis:* Was ändert sich an der Herleitung von $r(t)$ und von $\varphi(r)$ im Vergleich zum reinen Keplerproblem?

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Ein Regentropfen der Anfangsmasse m_0 beginne unter dem Einfluss der Schwerkraft innerhalb einer Wolke zu fallen. Nehmen Sie an, dass der Tropfen aus der Wolke Masse mit einer Zuwachsrate gewinnt, die gleich dem Produkt seiner augenblicklichen Masse und seiner momentanen Geschwindigkeit ist, $\frac{dm}{dt} = k\,mv$, wobei k eine Konstante ist. Zeigen Sie, dass sich schließlich die Geschwindigkeit des Tropfens einer Konstanten nähert, und geben Sie die Grenzgeschwindigkeit an. Vernachlässigen Sie dabei den Luftwiderstand.

Aufgabe 4: (1 Punkt)

Berechnen Sie mit Hilfe des Virialsatzes den zeitlichen Mittelwert der kinetischen Energie des harmonischen Oszillators in drei Dimensionen ($V(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2$) bei vorgegebener Gesamtenergie E.