

Teil 1

Elektrodynamik

1 Mathematische Grundbegriffe

1.1 Maxwell'sche Gleichungen

Grundgleichungen der Elektrodynamik sind die Maxwell'schen Gleichungen,

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi \rho, & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= 4\pi/c \vec{j}, & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0,\end{aligned}\quad (1.1)$$

inhomogene M. gl.

homogene M. gl.

In Gl. (1.1) sind \vec{E}, \vec{B} elektrische und magnetische Vektorfelder,

ρ, \vec{j} : Ladungs- und Stromdichte

c : Lichtgeschwindigkeit $2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Die Maxwellgleichungen implizieren Ladungserhaltung,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (1.2)$$

aus

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{1}{4\pi} \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}} + \frac{c}{4\pi} \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}}_0$$

Dazu kommt noch die Bewegungsgleichung eines geladenen Teilchens im elektrodyn. Feld,

$$m \ddot{\vec{x}} = q (\vec{E} + \vec{v}/c \times \vec{B}) \quad (1.8)$$

Lorentzkraft

Einheiten & Referenzgrößen:

(SI-Einheiten)

Erdmagnetfeld $\approx 0.4 \text{ Gauss} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$
Gs T

(CGS Einheiten) $= 4 \cdot 10^{-5} \text{ Vs/m}^2$

maximal $10^8 - 10^{11} \text{ T}$
 Pulsare Magnetare

technisch $\approx 40 \text{ T}$ stabil

$3 \cdot 10^4 \text{ T}$ Laserpuls (10^{-11} s)

LHC 8 T

Schwerpunktenergie $\leq 14 \text{ TeV}$ (Prot.)

(Ruheenergie 2 GeV)

$v = (1 - 10^{-9}) c$

Synchrotronstrahlung