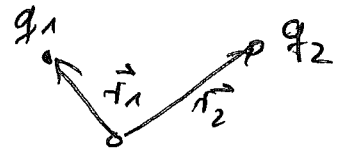


2 Elektrostatik

2.1 Coulombsche Gesetz

[Augustin de Coulomb 1785]



$$\vec{F}(q_1, q_2) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{prop. konstante}}}{k} q_1 \cdot q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (2.1)$$

mit $k > 0$

(i) \vec{F} ist direkt prop. zur Größe q_i ; $i=1,2$

der elektrischen Ladung der Körper 1 & 2.

(ii) \vec{F} ist invers prop. zum Quadrat des Abstands der Körper $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.

(iii) \vec{F} wirkt entlang der Verbindungsline $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$.

(iv) \vec{F} ist anziehend/abstoßend für entgegengesetzte/gleiche geladene Körper.

(v)* \vec{F} ist konservativ, $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, $r = |\vec{r}|$, $\vec{\nabla} \frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

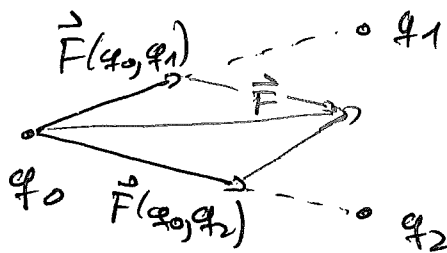
$$\vec{F} = -\vec{\nabla} V(r), \quad V(r) = k q_1 q_2 / r \quad (2.2)$$

Superpositionsprinzip:

Die Kraft auf eine Testladung q_0 , die von einer Ladungsverteilung ausgeübt wird, ist die Summe der Einzelkräfte $\vec{F}(q_0, q_i)$.

$$\vec{F}(q_0) = k q_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3} \quad (2.3)$$

z. B.:



Einheiten:

Die Proportionalitätskonstante k hängt von gewählten Einheitensystem ab. Ihre Dimension

ist durch

$$[k q_1 q_2] = \frac{\text{m l}^3}{\text{t}^2} \quad (2.4)$$

gegeben, wg. $[\vec{F}] = \text{m l} / \text{t}^2$.

Die Dimension der Ladung ist (für k dim. los)

$$[q] = m^{1/2} l^{3/2} / t \quad (2.5)$$

und k ist eine dimensionslose Konstante.

(i) cgs - System: $\boxed{k=1}$ Gaußsches System

Ladungseinheit $[q] = \left(\frac{g \text{ cm}^3}{\text{sec}^2} \right)^{1/2} = \text{stat coulomb}$

(ii) Internationales Einheitensystem (SI)

$$1C = 1 \text{ Coulomb (A} \cdot \text{s)} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2} / \text{sec}$$

$$= 3 \cdot 10^9 \text{ stat coulomb}$$

$$\Rightarrow [k_{SI} q_1 q_2] = k_{SI} \cdot C^2 = 9 \cdot 10^{18} \text{ stat coulomb}^2$$

und damit

$$k_{SI} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^{18} \frac{\text{g cm}^3 \text{ sec}^{-2}}{C^2}$$

$$\text{Erg} = \text{cm}^2 \text{ g/sec}^2 = 10^{-7} \underset{\text{Nm}}{\text{J}} \rightarrow = 9 \cdot 10^{18} \frac{\text{Erg cm}}{C^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \text{ J/C}^2 \text{ m}$$

$$\text{Farad} = \underset{\text{Volt}}{C/V} = \underset{\text{J=V} \cdot \text{C}}{C^2/\text{J}} \rightarrow = 9 \cdot 10^9 \text{ m/Farad} \quad (2.6)$$

[Kapazität] Volt

Es folgt, daß

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{Farad}}{\text{m}} \quad (2.7)$$

Elektrische Feldkonstante

Jedes Einheitensystem besteht aus Basis

einheiten und abgeleiteten Einheiten

l, m, t

2.2 Elektrisches Feld

Wir hatten im letzten Kapitel 2.1 gesehen,

daß eine Ladungsverteilung ein Kraftfeld

für eine Testladung q_0 erzeugt hat.

Wir definieren das elektrische Feld \vec{E} einer

Ladungsverteilung unabhängig von q_0 als

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{q_0} \vec{F}(q_0) \quad (2.8)$$

Vektorfeld

und, wog. (2.2), (V) auf S. 9 und (2.3), S. 11,

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \phi(\vec{r}) \quad \text{mit} \quad \phi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \quad (2.9)$$