

### 3 Magnetostatik

#### 3.1 Ampèresches Gesetz

Bisher sind wir von statischen Ladungsverteilung ausgegangen. Sei nun  $\vec{j}$  die Stromdichte durch eine Einheitsfläche  $d\vec{F}$  pro Zeit. Das Vektorfeld  $\vec{j}(\vec{r})$  zeigt in Richtung der Ladungsbewegung am Ort  $\vec{r}$ . Der Strom  $I$  ist  $\int \vec{j} d\vec{F}$ .

Bei erhaltener elektr. Ladung gilt in einem Gebiet  $V$ :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(\vec{r}, t) d^3r + \int_{\partial V} \vec{j}(\vec{r}, t) d\vec{F} = 0 \quad (3.1)$$

$$\underbrace{\frac{dQ_V}{dt}} + \underbrace{I} = 0$$

D.h., die Änderung der Ladung in einem Gebiet ist durch den Strom ( $-I$ ) in das Gebiet gegeben.

Mit dem Gaußschen Satz folgt

$$\int_V d^3r \left[ \frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \right] = 0 \quad (3.2)$$

für beliebige, auch infinit. Gebiete  $V$  und damit lokal,

$$\boxed{\frac{d\rho(\vec{r},t)}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r},t) = 0} \quad (3.3)$$

die Kontinuitätsgleichung (siehe auch S. 6-7).

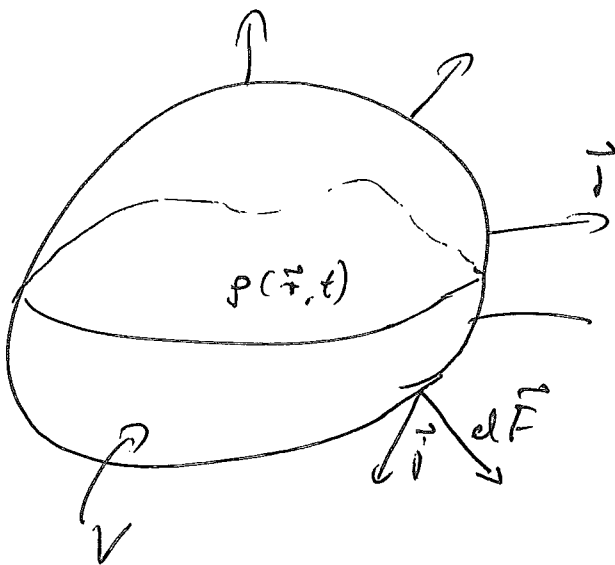
Für zeitunabhängige Ladungsdichten (stationäre Probleme),

$$\frac{d\rho(\vec{r},t)}{dt} = 0$$

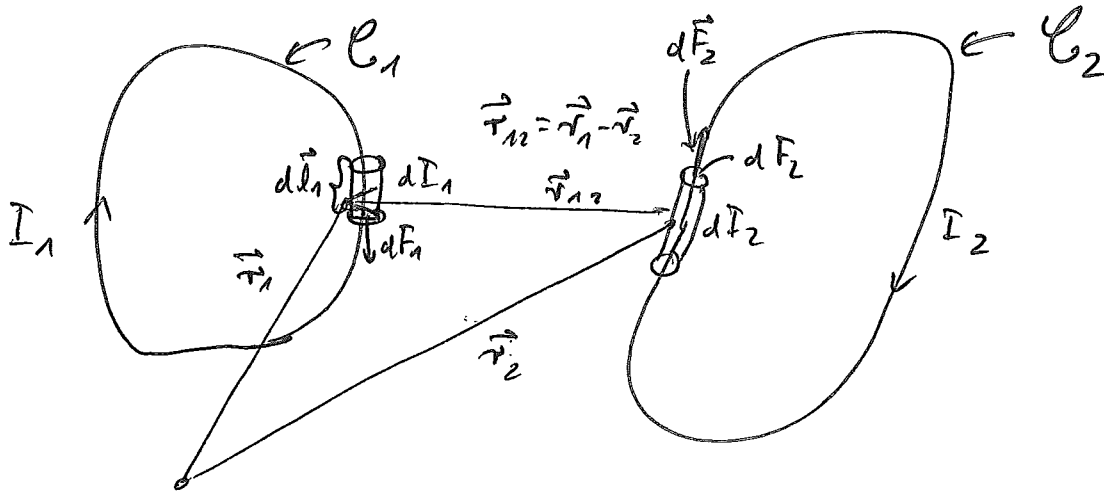
gilt

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0} \quad (3.4)$$

$\Rightarrow$  Magnetostatik.



Ampèresches Kraftgesetz:



Die auf ein Stromelement (Leiterstück) wirkende Kraft  $d\vec{F}$  ist ( $r_{12} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ )

$$d\vec{F}_{12} = \frac{I_1 I_2}{c^2} \frac{d\vec{l}_1 \times (d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} \sim \frac{1}{r_{12}^2}$$

Damit ergibt sich die Kraft (3.5)

zwischen den Stromschleifen als

$$\vec{F}_{12} = \frac{I_1 I_2}{c^2} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \times (d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} \quad (3.6)$$

Ampèresches Gesetz

Das Ampèresche Gesetz lässt sich durch die Ströme ausdrücken; dazu benutzen wir

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{(\vec{r}_1)} d\vec{F}_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 d\vec{l}_1 = \vec{j} \cdot d\vec{F}_1 d\vec{l}_1 \\ &= \vec{j} dV \end{aligned} \quad (3.7)$$

und damit

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{c^2} \int d^3r d^3r' \frac{\vec{j}(\vec{r}) \times (\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (3.8)$$

Dieses Kraftgesetz ist analog zu dem Coulombgesetz zu sehen.