

**Theoretische Physik III (Lehramt)**

Prof. Dr. J. Pawlowski, Dr. E. Thommes

**Übungsblatt 7**

Summe der Punkte: 20

**Abgabe am Mittwoch, dem 01.06.2011 zu Beginn der Übung.**

**Aufgabe 7.1** Zeigen Sie, daß eine Kugelwelle  $\phi(t, \vec{x}) = \phi_0 \frac{1}{r} e^{i(kr - \omega t)}$  für alle  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$  die homogene Wellengleichung  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi = 0$  löst und in sehr großer Entfernung vom Ursprung als ebene Welle aufgefaßt werden kann.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 7.2** *Relativistische Addition von Geschwindigkeiten*

**(4 Punkte)**

Man betrachte einen Boost in  $x$ -Richtung mit Geschwindigkeit  $v$ , der von einem System  $K$  zu einem System  $K'$  führt. Weiterhin gebe es einen Boost in  $x'$ -Richtung, der mit der Geschwindigkeit  $w$  von  $K'$  zu einem System  $K''$  führt.

a) Wie lautet die Lorentztransformation, die direkt von  $K$  zu  $K''$  führt? (2 Punkte)

b) Welches ist die Geschwindigkeit  $u := u(v, w)$ , die direkt von  $K$  zu  $K''$  führt? (2 Punkte)

**Aufgabe 7.3** *Zeitdilatation*

**(4 Punkte)**

Das freie Neutron ist instabil. Die mittlere Lebensdauer des ruhenden Neutrons ist  $\tau = 900$ s. Wie lange lebt ein Neutron im Mittel, wenn seine Energie  $E = 10^2 m_n c^2$  bzw.  $E = 10^{14} m_n c^2$  ist? ( $m_n$  ist die Ruhemasse des Neutrons.)

**Aufgabe 7.4** *Zeitdilatation*

**(4 Punkte)**

Betrachten Sie zwei Inertialsysteme  $K$  und  $K'$ , die für  $x^\mu = 0$  übereinstimmen. Das System  $K'$  bewege sich gleichförmig und geradlinig längs der positiven  $x^1$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v$ . Ein Ereignis  $P$  habe im System  $K$  die Koordinaten

$$x = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit einer Konstanten  $b$ .

a) Berechnen Sie, für welche  $b$  das Ereignis  $P$  zeitartig, raumartig bzw. lichtartig bezüglich des Koordinatenursprungs ist. (1 Punkte)

b) Im Falle, dass  $P$  raumartig ist, gibt es eine Geschwindigkeit  $v$ , so dass das Ereignis  $P$  im System  $K'$  gleichzeitig mit dem Ereignis  $0 = 0'$  stattfindet. Geben Sie diese, von  $b$  abhängende, Geschwindigkeit an. (3 Punkte)

**Aufgabe 7.5:** Ergänzen Sie die Matrix

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ ? & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

so, daß sie eine Lorentz-Transformation beschreibt.

Zeigen Sie: Eine Lorentz-Transformation  $\Lambda$  erfüllt die Beziehung  $\Lambda^T \eta \Lambda = \eta$ , wobei  $\eta$  die Minkowski-Metrik darstellt.

**(4 Punkte)**