

# 12th Exercise Sheet: Electrodynamics, Summer Term '06

Prof. M. G. Schmidt, J. Braun

July 14, 2006

Submission on July 21, 2006 during the lecture

## 12. 1. (Präsenzübung: Lorentz boosts, 1+1 marks)

(a) Calculate

$$\Lambda_x \Lambda_y \quad \text{and} \quad \Lambda_y \Lambda_x,$$

where  $\Lambda_{x/y}$  denotes a boost in  $x$ - and  $y$ -direction, respectively. Does the two combinations yield the same result? Is  $\Lambda_y \Lambda_x$  a Lorentz transformation? Is  $\Lambda_y \Lambda_x$  a Lorentz boost?

(b) Expand

$$\Lambda_{-y} \Lambda_{-x} \Lambda_y \Lambda_x$$

up to second order in powers of  $\beta = \frac{v}{c}$ . How do you interpret the result?

**Hints:**

- $(AB)^T = (B^T A^T)$  ( $A, B$  where  $n \times n$ -matrices)
- $\gamma^n = (1 - \beta^2)^{-\frac{n}{2}} = 1 + \frac{n}{2}\beta^2 + \frac{n(n+2)}{8}\beta^4 + \mathcal{O}(\beta^6)$
- $\Lambda_{-x} = \Lambda_x^{-1} = \Lambda_x(\beta \rightarrow -\beta; \gamma \rightarrow \gamma)$

## 12. 2. (Extra exercise: particle moving in an electromagnetic field, 9 marks)

A nonrelativistic particle with mass  $m$  and (electric) charge  $q$  is moving in a constant electric field  $\vec{E} = (0, E_2, E_3)$  and a magnetic field  $\vec{B} = (0, 0, B_3)$ . At  $t = 0$ , the particle is passing the origin  $(0, 0, 0)$  with velocity  $\vec{v}_0 = (v_{01}, 0, v_{03})$ . Give the equations of motion and calculate the trajectory  $\vec{r}(t)$  of the particle as a function of time  $t$ . How can you describe the trajectory?

**Hints:** The coupled differential equations for  $x$  and  $y$  can be combined to one equation for the complex variable  $u = x + iy$ . First, solve the homogeneous equation for  $u$ , and then use the solution for solving the inhomogeneous equation.

## 12. 3. (Extra exercise: dielectrics, 6 marks)

Examples for values of dielectric constants  $\epsilon$  of various media are given by

vacuum  $\epsilon = 1$ ; air  $\epsilon = 1.0005$ ; glass  $\epsilon = 5 - 8$ ; alcohol  $\epsilon = 26$ ; water  $\epsilon = 81$ .

Which values can the dielectric constant take at all? Why? Explain the order of magnitude of  $\epsilon$  for the different examples relative to each other! Which material and molecular properties are important?

Fortsetzung: A. M. Ampère

discovered the effect in 1822. Ampère agreed that full credit for the discovery should go to Faraday. Weber also developed Ampère's ideas as did Thomson and Maxwell.

In 1826 Ampère began to teach at the Collège de France. Here he was in a position to teach courses of his own design, rather than at the Ecole Polytechnique where the topics were set down. Ampère therefore taught electrodynamics at the Collège de France and this course was taken by Liouville in 1826-27. This was the second time Ampère had taught Liouville since Liouville had taken Ampère's courses at the Ecole Polytechnique in the previous session. Liouville made an important contribution to Ampère's electrodynamics course by editing a set of notes taken from Ampère's lectures.

Given the tragedy in Ampère's life it might have been hoped that his children would bring him some happiness. His son certainly achieved fame as a historian and philologist who studied the cultural origins of western European languages. He was appointed to a chair of history of foreign literature at the Sorbonne in 1830. However his relationship with his father was difficult. Hofmann in [4] writes:-

*Both men were temperamental and subject to long periods of brooding followed by explosive outbursts of anger. Ampère's home simply was not expansive to house both of them for any extended period of time.*

Ampère had an even more difficult time with his daughter. She married one of Napoleon's lieutenants in 1827 but he was an alcoholic and the marriage soon was in trouble. Ampère's daughter fled to her father's house in 1830 and, some days later, Ampère allowed her husband to live with him also. This proved a difficult situation, led to police intervention and much unhappiness for Ampère.

Aus: R. L. Weber,

E. Mendoza

"Kabinett physikalischer  
Paritäten"

Vieweg, 1989

1931 erschien ein Buch „100 Autoren gegen Einstein“, in dem durch eine Vielzahl von Meinungen Einsteins des Irrtums überführt werden sollte. Die Rezension durch A. von Brunn erschien in den „Naturwissenschaften“, 19 (1931), S. 254–256.

Es ist an sich nicht verwunderlich, wenn viele, die die Entwicklung der Relativitätstheorie nur in ihren ganz äußerlichen Erscheinungsformen miterlebt haben, ein ungünstiges Vorurteil gegen sie in sich aufgenommen haben. Denn es sind hier, ohne daß den Schöpfer selbst irgendeine Schuld träfe, von überfrachten, aber nicht in gleichem Maße verständnisvollen Enthusiasten schwere taktische und Taktfehler begangen worden. Die Versuche, über die Theorien gewissermaßen die Vox populi entscheiden zu lassen, sind gottlob von verständigen Befürwortern der neuen Auffassung noch rechtzeitig abgedroselt worden. Und auch die Taktik einzelner fanatischer wissenschaftlicher Anhänger der Einsteinschen Lehre, die Diskussion über diese durch die Drohung abzuschneiden, daß man jede, auch die gemäßigtste und gewissenhafteste Kritik als offenbaren Ausfluß von Dummheit und Bosheit diskreditieren müsse, dürfte heute endgültig verlassen sein. Aber, selbst wenn man diese Ausgeburten des „Einstein-Taumels“, die jetzt der Vergangenheit angehören, aus der Betrachtung ausschaltet, bleiben doch noch durchaus respektable Gründe für ein gewisses Unbehagen der Relativitätstheorie gegenüber bestehen. Schon die spezielle Relativitätstheorie erfordert gewisse „Sacrificia intellectus“. Vor allem den Verzicht auf die strenge Feststellbarkeit der Gleichzeitigkeit — NB. durchaus nicht auf den Begriff der Gleichzeitigkeit selbst! — dies ist für manche Philosophen natürlich gleichbedeutend mit einem unstühnbar Verbrechen gegen die ewige Unfehlbarkeit Kants, weil sie eben die Zwangsläufigkeit der Einsteinschen Absichten nicht verstehen. Die Naturforscher werden die Sache schon deshalb nicht so tragisch nehmen, weil sie wissen, daß beide Relativitätstheorien selbstverständlich die „Effekte 1. Ordnung“, wie Allgemeine, Planet- und Saeculare Aberration, Doppler-Effekt, Olaf-Römer-Effekt, völlig unangetastet lassen; die Unsicherheit, verglichen mit der bisher gültigen Auffassung, tritt erst in der Größenordnung  $\frac{v^2}{c^2}$  (ein heute allen Interessierten verständliches Symbol) auf; d.h., daß innerhalb des gesamten Sonnensystems, Pluto eingeschlossen, die „Unsicherheitsbreite“ für die objektive Konstanz der Gleichzeitigkeit die Größenordnung von 2 s nicht übersteigt. Böser allerdings sieht es noch mit der „allgemeinen“ Relativitätstheorie aus. Hier wird verlangt, anzunehmen, daß der geheimnisvolle Schauplatz des Wirkens der Natur eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit ist, in der Raum und Zeit in einer mathematisch klar formulierten, also keineswegs geheimnisvollen Weise verquickt auftreten. Aber auch hier fehlt für die Tempelwächter des Kant-

sächlich auch nicht tun (Einstein selbst, als reiner Forscher natur, liegen allerdings solche wissenschaftlichen Disputationen wenig). Aber selbst hier bietet der prominente Name leider noch keine Gewähr für Gleichwertigkeit der Waffen. Wenn man z.B. von einem Zeit „Prominenten“ weiß, daß er an einer anderen Stelle noch vor ziemlich kurzer Zeit die „empirische Astrologie“ (sic!) als Wissenschaft *κατ' ἐξοχήν* erklärt hat, so wird man schwerlich einem exakten Naturforscher zumuten können, mit jemand, der nicht einmal die Grenzen zwischen Wissenschaft und mäßiger Spielerei kennt, sich in eine Unterhaltung über die Daseinsberechtigung der Schlussweisen der Relativitätstheorien einzulassen. Und in der Tat sind denn auch Sätze von ihm wie:

In gänzlich unzulässiger Weise wird mit dem Gedanken gearbeitet, daß Bewegung, die ja nur relativ sein soll, einen absoluten realen Effekt hat (Maßstabsverkürzung usw.). Pythische Orakelsprüche, aber keine Argumente gegen die glasklare Logik Einsteins. Aber selbst die schließlich noch übrig bleibenden seriösen Kritiker (Philosophen und einige Physiker — ob diese durchweg davon erbaud sind, daß ihr Name so mißbraucht wird, möchte Ref. bezweifeln!) bringen gar kein Verständnis für die große gedankliche Notlage auf, aus der Einstein die Welt zu befreien versuchte: Offensbare Unmöglichkeit, auf optischen (im weitesten Sinne gefaßt!) Wege absolute Bewegung festzustellen, und die bis zur äußersten Grenze raffiniertester Beobachtungskunst erwiesene Proportionalität von träger und schwerer Masse zu verstehen. Das erste leistet, wenn auch nicht ohne empfindliche Verzicht zu fordern, die spezielle, das zweite Rätsel löst die „allgemeine“ Relativitätstheorie (besser Gravitationstheorie genannt), indem sie dartut, daß die Schwerkraft im „vierdimensionalen Raume“ der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit eine reine „Scheinkraft“ ist, etwa analog, wie in der klassischen Mechanik die Zentrifugal- und Coriolis-Kraft. Wer diese geistige Not, aus der die physikalische Erkenntnistheorie zu Einstein aufsaß, nicht kennt oder kennen will, der soll sich überhaupt keine Kompetenz dafür anmaßen, über die Allgemeine Relativitätstheorie zu Gericht zu sitzen; und nur diese fehlende Erkenntnis schützt die Philosophen vor dem Vorwurf bewußter Irreführung, wenn sie Einstein versteckt immer wieder als Motiv für seine Untersuchungen unterschieben, daß er durch für mathematische Laien undurchschaubare Bizarrieren die Welt an der Nase herumführen wolle. Und — soll ich es noch einmal wiederholen? — da die relativistische „Unsicherheitsbreite der Gleichzeitigkeit“ praktisch verschwindend ist, warum in aller Welt soll deshalb diese Theorie „absurd“, „widersinnig“ ja „blödsinnig“ sein, wo es doch den unverbesserlichen Philosophen im Notfall immer noch freisteht, die Aussagen der Relativitätstheorie im Sinne des Vaibingerschen „Als ob“ zu deuten! Diese Auffassung stimmt — ich weiß es nicht sicher — vielleicht nicht ganz mit der Einsteins überein, steht aber unter keinen Umständen damit in Widerspruch, daß Einstein immer nur die unbegrenzt genaue Konstanz der Gleichzeitigkeit abgelehnt, aber niemals die Sinnwidrigkeit ihres „Begriffes“ behauptet hat.

So bleibt von der Kritik der „100 Autoren“ nichts übrig, als einige an sich gewiß durchaus beachtliche Einwände scharf denkender Philosophen und Physiker, mit denen sich selbstverständlich die Relativitätstheorie auseinandersetzen müßte, wenn sie es mit Erfolg nicht schon längst getan hätte. Und wenn etwa Prof. Dr. Hartog, Amsterdam, in wohl durchdachten Sätzen davor warnt, die „Relativierung“ auch auf das Naturgeschehen als *inneres* Erlebnis, oder gar auf das Gebiet der sittlichen Werte auszudehnen,

Heiligtums jeder Grund zur Aufregung; denn natürlich können auch die Relativisten den Erfolg des geheimnisvollen vierdimensionalen Wirkens der Natur nur in der empirischen Welt beobachten, also dem empirischen Anschauungsraum und der empirischen Anschauungszeit (Euclid, Galilei-Newton, Kant), die uns ein für allemal von der Natur oktroyiert sind.

Wenn also das hier zur Besprechung stehende Buch lediglich diesen prinzipiell berechtigten, wenn auch sehr übertriebenen Befürchtungen einer „Verflüchtigung des Wirklichkeitsbegriffes“ in der modernen Naturwissenschaft seine Entstehung verdankte, würde man es vielleicht zur Not tolerieren können; obwohl ein Autor, der, ohne ausreichend selbständiges eigenes Urteilsvermögen, fremde Kritiken über einen wissenschaftlichen Lehrgegenstand mit einer bestimmten Tendenz sammelt, ganz unabhängig von der moralischen Bewertung seines Zweckes, sich gefallen lassen muß, daß sein Verfahren als Pamphletismus abgetan wird.

Für dieses „100-Autoren-Buch“ aber wird auch der duldsamste Kritiker keinerlei mildernde Umstände ausfindig machen können. Denn, aus was für Elementen setzt sich denn dieser Areopag zusammen? 90% der „Autoren“ sind rabiate Kantianer, die von der erkenntnistheoretischen Notlage, in die die modernen Physiker durch das Versagen aller Versuche, absolute Bewegung durch optische Mittel nachzuweisen, und durch die absolute Proportionalität von „träger“ und „schwerer“ Masse geraten waren, keinen blassen Schimmer haben. Ihr Gepolter und Geschimpfe hat deshalb das Gewicht null. Was soll man z.B. — um nur ein paar Äußerungen anzuführen, deren Aussage wenigstens noch einen verständlichen Sinn hat — mit solchen Weisheiten anfangen, wie:

Der Einsteinsismus behauptet die Äquivalenz von Beschleunigung und Gravitation. Mit anderen Worten: er lehrt, daß eine Wirkung (Beschleunigung) äquivalent ihrer Ursache (Gravitation) ist. Diese These ist eine plumpe Absurdität (Dr. A. Reuterdahl).

Oder:

Die Theorie von Einstein ist für mich eine funktionale Umformung der Wirklichkeit. Sein Bezugssystem: Veränderlicher Raum- und Zeitmaßstab, unveränderliche Lichtgeschwindigkeit (trotz veränderlichem Brechwert) ist nicht mein Geschmack (Prof. Dr. Strehl).

Und das ist keineswegs das Schlimmste dieses Genres. Es ist ausgeschlossen, bei einem Referat näher auf diese sich bis zum Überdruß wiederholenden „Argumente“ einzugehen. Drum! Kurz und gut: Da die Null, mit jeder endlichen Zahl multipliziert, immer wieder Null ergibt, so hätten die Kompilatoren ruhig 1000 statt 100 solche Autoren einfangen können, ohne daß die Quintessenz ihrer Äußerungen ein von Null verschiedenes Gewicht hätten ergeben können. Sie hätten sich sagen müssen, daß, ebenso wenig, wie die Richtigkeit der Einsteinschen Theorien durch Mehrheitsbeschlüsse von Damenkaffeekränzchen erhärtet werden kann, die Akkumulation von „Urteilen“ von Autoren, die ein wenig die Phrasologie von Kants kritischer Philosophie beherrschen, von seinem Geiste aber keinen Hauch verspürt haben, gegen die Relativitätstheorie entscheiden kann.

Zwischen solche „Autoren“ haben sich einige vernünftige philosophische und physikalische Kritiker einschalten lassen, mit denen die Klinge zu kreuzen die relativistischen Forscher durchaus nicht unter ihrer Würde zu erachten brauchen und es tat-

96

so würde wohl der Schöpfer der Relativitätstheorie der erste sein, der eine so mißbräuchliche Ausdeutung seiner Gedanken schärfstens zurückweisen würde; so stößt also sogar dieser würdigste Beitrag eigentlich nur offene Türen ein. Als Ganzes genommen, ist das Buch jedenfalls ein Produkt so kläglicher Impotenz (nur in der Politik kennt man ähnlichen Tiefstand; sollten vielleicht sog. „weltanschauliche“ Antipathien, überhaupt das einzige Motiv für das Pamphlet sein?), daß man diesen Rückfall ins sechzehnte und siebzehnte Jahrhundert nur verständnislos bedauern kann. Ob es nötig war, daß der Verlag von R. Voigtländer den aller menschlichen Voraussicht spendenden Beweis erbrachte, daß er sich außerhalb seiner urreigensten Weltisdomäne *noch* mehr bloßstellen konnte, mag er selbst beurteilen. Ich habe niemals zu denen gehört, die gewissermaßen aus erkenntnistheoretischen Gründen die Denkweise der Relativitätstheorien von vornherein als ihrem eignen Denken schlechthin gemäß empfunden haben; habe mich vielmehr nur Schritt für Schritt, durch die Erfahrung gewonnen, mit ihr abgefunden; ich verlange selbstverständlich mit allen verständigen Anhängern auch, daß die Relativitätstheorie sich mit allen, ehrlich auf die Erforschung der Wahrheit hinielenden Einwürfen auseinanderzusetzen hat. Aber jeder, der der Relativitätstheorie gegenüber in ähnlicher Lage ist wie ich, wird deshalb um so empfindlicher gegen solchen geistlosen Pamphletismus sein, der, erst genommen, die Plattform für die Diskussion der *wirklich* von der Relativitätstheorie offengelassenen Schwierigkeiten zwischen ebenbürtigen Antagonisten aufs schwerste erschüttern würde. Es muß schließlich noch dagegen Einspruch erhoben werden, daß in einem Literaturverzeichnis Autoren als Gegner der Relativitätstheorie aufgeführt werden, die vielleicht einmal in irgendeinem Sinne Bedenken geäußert haben, im ganzen aber durchaus Anhänger der Relativitätstheorie sind oder waren (Bottlinger, Poincaré, Prey!). Man kann nur hoffen, daß die deutsche Wissenschaft nicht noch einmal durch derartige traurige Machwerke bloßgestellt wird.

A. v. Brunn, Berlin-Potsdam.

Anschließend an diese Rezension findet sich eine weitere über „Relativitätstheorie und Weltanschauung“ des Philosophen Hans Driesch. Hans Thirring weist zunächst auf das hohe Niveau der Schrift hin, um anschließend die Fehler in der Argumentation darzulegen. Er zitiert aus dem Buch:

„Ich weiß nur wenige Dinge so sicher, wie ich um die absolute Gültigkeit der euklidischen Geometrie für die Physik weiß.“

### Ein Medizinstudent bei der Physikprüfung

Frage: Erklären sie mit Hilfe der Molekulartheorie, warum heiße Luft aufsteigt.

Antwort: Wenn ein Gas erwärmt wird, bewegen sich die Moleküle schneller. Aufgrund von Einsteins Relativitätstheorie nimmt die Masse eines Körpers mit der Geschwindigkeit zu. Die Dichte ist das Verhältnis von Masse zu Volumen. Die Masse nimmt also zu, daher nimmt die Dichte ab und die heiße Luft steigt auf.