

# 2nd Exercise Sheet: Electrodynamics, Summer Term '06

Prof. M. G. Schmidt, J. Braun

5. Mai 2006

**Submission on Friday, 5th May 2006** during the lecture

2. 1. (**'Präsenzübung': divergence & curvilinear coordinates, 1+1 marks**) Calculate the expression for the divergence of a vector field  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  for arbitrary curvilinear, local orthogonal coordinates  $(q_1, q_2, q_3)$ ? Derive the expression from the definition of the divergence as the limit of the integral of the flux through a surface of a small volume:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \oint_{\partial \Delta V} \vec{A} \cdot d\vec{S}.$$

(introductory literature concerning curvilinear coordinates can be found on the homepage of Prof. M. G. Schmidt: [http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~schmidt/MathMeth\\_\\_Sommer05/Skript.pdf](http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~schmidt/MathMeth__Sommer05/Skript.pdf))

2. 2. (**rotation & curvilinear coordinates, 6 marks**) In the 'Präsenzübung' you have learned how to calculate the expression for the divergence for arbitrary curvilinear, local orthogonal coordinates. Now derive the expression for the rotation of a vector field from its definition

$$\vec{n} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta F} \oint_{\partial \Delta F} \vec{A} \cdot d\vec{r}$$

**Note:** The vector  $\vec{n}$  is normalized and is orientated perpendicularly to the area  $\Delta F$ . The line-element in general local orthogonal coordinates is given by

$$d\vec{r} = \sum_{k=1,2,3} h_k \vec{e}_k dq_k.$$

The direction of the normalized base vectors is given by the derivative  $\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_k}$ .

2. 3. (**charge-distribution, 2 marks**) Calculate the charge distribution which is determined by the following potential

$$\phi(\vec{r} = (x, y, z)) = -\lambda \ln(x^2 + y^2)$$

( $\lambda$  is a constant.)

2. 4. (**atomic model, 4 marks**) Consider the potential ( $q$  is the charge,  $\alpha$  is a constant which is related to the (inverse) Bohr-radius):

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right) e^{-\alpha r}.$$

Calculate the charge distribution  $\rho(\vec{r})$  and the total charge!

2. 5. (**Electric field, 6 marks**)

- (a) (**3 marks**) In the lecture you have learned that the rotation of a **static** electric field is zero,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ . Use this relation in order to prove the following relation for the tangential components of the electric field inside and outside of a charged surface:

$$E_{\text{inside}}^{\parallel} = E_{\text{outside}}^{\parallel}.$$

- (b) (**3 marks**) Now use  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\sigma$  in order to prove that the components of the electric field perpendicular to the charged surface obey the following relation:

$$E_{\text{outside}}^{\perp} - E_{\text{inside}}^{\perp} = 4\pi\sigma.$$

( $\sigma$  is the area charge density of the surface.)



CHARLES  
AUGUSTIN  
DE COULOMB

Aus SZABO:  
Die Geschichte der  
mechanischen Prinzipien.

Charles Augustin de Coulomb wurde am 14. Juni 1736 im südfranzösischen Angoulême in einer wohlhabenden Familie geboren. Nach dem Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften in Paris wählte er den Militärberuf. Als Offizier des technischen Dienstes leitete er die Festungsbauarbeiten auf der Insel Martinique, wo er neun Jahre verbrachte.

Bereits während seines Aufenthaltes auf Martinique beschäftigte er sich nebenbei mit wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiet der technischen Mechanik, hauptsächlich mit einigen Problemen der Statik. Im Jahre 1776 kehrte er nach Frankreich zurück. Hier beteiligte er sich an einem Wettbewerb, den die Französische Akademie der Wissenschaften mit dem Ziel der Vervollkommnung von Navigationseinrichtungen ausgeschrieben hatte. Coulomb löste das gestellte Problem erfolgreich, studierte außerdem den Magnetismus ausführlicher, insbesondere die Abhängigkeit der Eigenschaften der Magneten von der Temperatur.

Für seine erfolgreiche Neukonstruktion des Kompasses und andere Arbeiten wurde er 1782 zum Mitglied der Akademie ernannt. Obwohl er auch weiterhin im Militärdienst verblieb, hatte er so doch größere Möglichkeiten zum Experimentieren und wurde in der wissenschaftlichen Welt bekannt.

Im Jahre 1784 veröffentlichte Coulomb eine Arbeit über die Abhängigkeit des Torsionsmoments eines Drahtes von dessen Durchmesser, Länge und Torsionswinkel sowie von einer konstanten Größe, die von den physikalischen Eigenschaften des Drahtmaterials abhängig ist.

Gleichzeitig beschrieb er auch ein Verfahren zur Messung kleiner Kräfte mit Hilfe der sog. Drehwaage, die später „Coulombsche Waage“ genannt wurde.

In den Jahren 1785 bis 1789 veröffentlichte er sieben grundlegende Arbeiten auf dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus. Die Drehwaage verwendete Coulomb auch für die Messung der Kraft, mit der zwei elektrische Punktladungen aufeinander einwirken. Wie er ermittelte, ist diese

Kraft dem Produkt der Ladungen direkt proportional und dem Quadrat ihrer Abstände umgekehrt proportional. Diese erste quantitative Beziehung in der Elektrizitätslehre überprüfte Coulomb auch nach einem anderen Verfahren.

Coulomb entdeckte weiterhin, daß sich die elektrische Ladung in den Körpern nicht entsprechend ihrer chemischen Zusammensetzung aufteilt, sondern bei einer wechselseitigen Berührung infolge der elektrischen Abstoßungskräfte von einem auf den anderen Körper übergeht. Ebenso klärte er auf, daß die elektrische Feldstärke in einem Punkt in der Nähe der Oberfläche eines geladenen Leiters der Flächenladungsdichte auf dem Leiter proportional ist.

Neben seiner wissenschaftlichen Tätigkeit bekleidete Coulomb auch öffentliche Ämter: Er nahm eine bedeutende Stelle im Ministerium für Unterrichtswesen ein und hatte die Funktion des Generalinspektors für Gewässer und Quellen. Später jedoch fiel er bei den höheren Regierungsstellen in Ungnade und gab die öffentliche Tätigkeit auf. Als im Jahre 1789 die Französische Revolution ausbrach, zog er sich auf sein Gut bei Blois zurück, wo er sich ganz der wissenschaftlichen Arbeit widmete. Im gleichen Jahr erschien sein bedeutendstes Werk, in dem er die Vorstellung von der Existenz zweier Elektrizitätsarten auch auf den Magnetismus ausdehnte und ein Gesetz formulierte, nach dem die Wirkung zwischen den Magnetenpolen der Wirkung zwischen zwei elektrischen Punktladungen analog ist.

Coulomb hat mit seinen wissenschaftlichen Arbeiten in die Fachgebiete Elektrizität und Magnetismus exakte quantitative Methoden eingeführt und die Prinzipien der Newtonschen Mechanik auch auf die Elektrizität und den Magnetismus angewendet. Seine Drehwaage wurde in den empfindlichsten elektrischen Meßgeräten, aber auch in anderen Gebieten der Physik erfolgreich eingesetzt. Nach dem Machtantritt Napoleons erhielt Coulomb seine Ämter wieder zurück, die er bis an sein Lebensende bekleidete. Er starb am 23. August 1806 in Paris.

Aus BRECH: Guten Tag, Herr Ampère!