

3rd Exercise Sheet: Elektrodynamics, Summer Term '06

Prof. M. G. Schmidt, J. Braun

May 12, 2006

Submission on 19th May, 2006 during the lecture

3. 1. (**Präsenzübung: Legendre-Polynomials, 1+1 marks**) The expansion of $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ can be written in terms of Legendre-Polynomials as

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^l P_l(\cos(\Theta))$$

for $r > r'$, where Θ denotes the angle between \vec{r} and \vec{r}' .

- (a) Expand the following expression up to third order for $r > r'$ and compare the result with the above specified representation in terms of Legendre-Polynomials:

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{r \sqrt{1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{r'}{r}\right) \cos(\Theta)}}$$

- (b) First, write the vectors \vec{r} and \vec{r}' in terms of spherical coordinates (r, ϑ, φ) and $(r', \vartheta', \varphi')$, respectively. Then, calculate $\cos(\Theta)$ as a function of ϑ, φ und ϑ', φ' .

3. 2. (**homogeneously charged balls, 5 marks**)

- (a) (**3 marks**) Consider two homogeneously charged balls with charges q_1 and q_2 and radii R_1 and R_2 . The distance between the centres of the balls is given by $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = r_{12} > R_1 + R_2$. Calculate the electrostatic self-energy.
- (b) (**2 marks**) Calculate the electrostatic self-energy of the arrangement, if only the surfaces of the balls are charged. (Assume that the surfaces are charged homogeneously.)

3. 3. (**Charge distribution, 5 marks**) The z -axis of a cartesian coordinate system is charged between $z = -a$ und $z = a$. The line charge density is given by λ .

- (a) (**3 marks**) Calculate the potential $\phi(\vec{r})$.
- (b) (**2 marks**) Calculate the potential $\phi(\vec{r})$ and the electric field $\vec{E}(\vec{r})$ for $a \gg r$. Compare the result for $\phi(\vec{r})$ to the results that you have obtained in exercise 2.3.!

3. 4. (**dipole moment and δ -distribution, 4 marks**)

- (a) (**3 marks**) Calculate the electrostatic potential ϕ and the electric field \vec{E} for the following charge distribution $\rho(\vec{r})$: (\vec{p} is an arbitrary constant vector)

$$\rho(\vec{r}) = \vec{p} \cdot \vec{\nabla} \delta(\vec{r})$$

- (b) (**1 mark**) Is there a condition such that the dipole moment does not depend on the choice of the origin of the coordinate system? Prove your answer!

3. 5. (**electric multipole, 4 marks**) Expand the electrostatic potential $\phi(\vec{r})$ given by the charge distribution

$$\rho(\vec{r}) = q \left[\delta^{(3)}(\vec{r} - (a, a, 0)) + \delta^{(3)}(\vec{r} - (-a, -a, 0)) - \delta^{(3)}(\vec{r} - (a, -a, 0)) - \delta^{(3)}(\vec{r} - (-a, a, 0)) \right]$$

up to the first non-vanishing order for $|\vec{r}| \gg a$.

ALESSANDRO VOLTA

Alessandro Volta wurde am 18. Februar 1745 in der italienischen Stadt Como in einer Adelsfamilie geboren. Noch auf der Schulbank gewann er die Naturwissenschaften lieb; als Neunundzwanzigjähriger wurde er Physiklehrer in seiner Heimatstadt. Fünf Jahre später erhielt er einen Ruf als Professor an die Universität in Pavia.

Als Student gab er seine erste wissenschaftliche Arbeit „Über die Anziehungskraft des elektrischen Feuers und die damit zusammenhängenden Erscheinungen“ heraus. In den ersten Jahren seines Wirkens in Como und Pavia entwickelte er eine ganze Reihe von Geräten, von denen wenigstens das Elektroskop mit den Strohhalmen genannt sei, das er durch Anbringen eines Kondensators verbesserte.

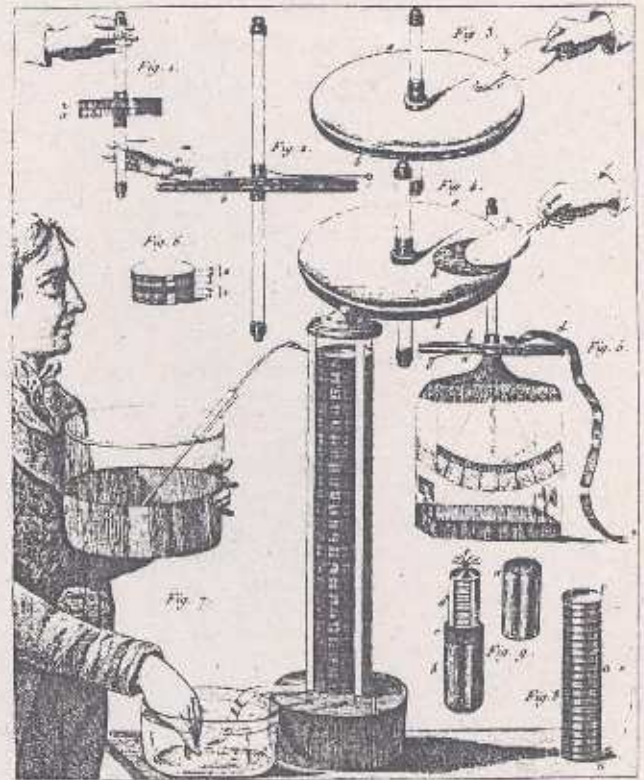
Als im Jahre 1791 Luigi Galvani seine Arbeiten und Versuchsergebnisse mit präparierten Froschnerven und -muskeln veröffentlichte, nahm Volta zuerst seine Hypothese von der „tierischen Elektrizität“ auf. Als er aber die Galvanischen Versuche selbst wiederholte, vertrat er die Auffassung, daß der Grund für das Entstehen des elektrischen Stromes in den Muskeln und Nerven eines präparierten Frosches in zwei miteinander verbundenen unterschiedlichen Metallen zu suchen ist, die gleichzeitig elektrisch über die leitfähige Flüssigkeit des tierischen Gewebes verbunden sind.

Der mehrjährige wissenschaftliche Streit zwischen Galvani und Volta endete mit Voltas Sieg und mündete gleichzeitig in die Erfindung der galvanischen Batterie, der sogenannten Voltaschen Säule, die Weltruf erlangte.

Der Entdeckung gingen die Entwicklung der sogenannten Kontakttheorie und Versuche voraus, deren Grundlage der Kontakt zweier unterschiedlicher Metalle war, die Volta so in einer Reihe anordnete (Voltasche Spannungsreihe), daß zwei Metalle stets eine um so größere Potentialdifferenz aufwiesen, je weiter sie in der Reihe voneinander entfernt lagen.

Diese Erkenntnisse wie auch die Ergebnisse einer analogen Untersuchung der Flüssigkeiten wurden Grundlage der Voltaschen Säule, die sich ursprünglich aus mehreren Paaren Kupfer- und Zinkringen, die in Salzwasser getaucht waren, zusammensetzte.

Später fertigte er noch eine andere Abwandlung der „Säule“



Kontaktelektrizität und Voltasäule. Diese Abbildung entstand aus Voltas Vortrag in Paris 1801, in dem er seine Theorie der Voltasäule schilderte.

an, bei der sich der Flüssigkeitsleiter in zwei Gefäßen befindet und in jedes Gefäß eine Kupfer- und eine Zinkplatte getaucht sind. Die Platten berühren sich in der Flüssigkeit nicht, sind aber außerhalb leitend verbunden. Das einzelne Gefäß stellt eigentlich ein Element der ursprünglichen „Säule“ dar und wird heute als das Voltasche Element bezeichnet.

Volta reiste viel und unterhielt persönliche Kontakte mit den hervorragenden zeitgenössischen Gelehrten. Im Jahre 1782 war er auch in der Slowakei, wo er die Hochschule für Bergbau in Banská Štiavnica besuchte.

Im Jahre 1791 ernannte ihn die Londoner Royal Society zum Mitglied und verlieh ihm ihre Goldmedaille. Mit einer Vielzahl von Ehrungen und Auszeichnungen wurde er überhäuft. Es war ihm vergönnt, über seine Entdeckungen im Jahre 1801 vor der Französischen Akademie in Anwesenheit des ersten Konsuls, Napoleon Bonaparte, Vorlesungen zu halten. 1810 erhielt er das Adelsprädikat eines Grafen und wurde Senator von Italien.

1815 wurde er Direktor der Philosophischen Fakultät in Pavia, vier Jahre später zog er sich jedoch ins heimliche Como zurück, um sich zur Ruhe zu setzen und endlich mehr seiner Familie zu widmen. Dort starb er auch am 5. März 1827 im Alter von 82 Jahren.

aus BOREC: Guten Tag, Herr Aspero!

Mit Hilfe der von Volta angegebenen Bauvorschrift war es sehr leicht möglich, sich eine »Säule« selbst herzustellen. Man brauchte nur blankgeriebene Kupfermünzen, Zinkplättchen und (in Salzwasser getränktes) Löschpapier, und mußte diese regelmäßig und fortgesetzt aufeinander-schichten. Damit hatte man erstmals die Möglichkeit, einigermaßen konstante elektrische Ströme zu erzeugen und mit ihnen zu experimentieren. Die Voltasche Säule öffnete das Tor in eine neue physikalische Welt, in den Bereich der Phänomene, die man heute unter dem Begriff »stromende Elektrizität« zusammenfaßt.

Die Voltasche Säule war ein physikalischer Apparat, die Erfindung hatte also mit »Technik« im engeren Sinne (zunächst) nichts zu tun. Heute freilich gehören Batterien zu den selbstverständlichsten technischen Erzeugnissen. Die Ausführung wurde vielfach verbessert und der Apparat in Milliarden Stückzahlen von der Industrie produziert. *

aus HERRMANN: Weltreich der Physik



7. November 1800: Alessandro Volta demonstriert seine neu erfundene Säule den Pariser Akademikern, in ihrer Mitte der erste Konsul Napoleon Bonaparte.