8. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Dieses Übungsblatt ist ein *Zusatzblatt*. Die Punkte sind somit Zusatzpunkte und werden **nicht** zur Gesamtsumme aller Punkte, von denen Sie 60 % erreichen müssen, hinzugezählt. Punkte, die Sie durch Bearbeitung dieser Aufgaben erhalten, werden jedoch Ihrem Punktekonto gutgeschrieben, so dass Sie mit diesen "Weihnachtsübungen" die Gelegenheit haben, versäumte Punkte nachzuholen.

Abgabe: Mittwoch, 08.Januar 2003 in den Übungen.

Wir wünschen Ihnen frohe Feiertage und alles Gute für das Jahr 2003 !!

Aufgabe A20: *Lagrangeformalismus, Doppelpendel*

An einer Pendelstange der Länge L ist ein zweites Pendel der Masse m und Länge d befestigt. Die Masse M des ersten Pendels sitzt in einer Entfernung s vom Aufhängepunkt. Die Bewegung des so entstandenen Doppelpendels sei auf eine Ebene beschränkt. Die Verbindungsstäbe seien als masselos angenommen.Das Pendel befinde sich im Gravitationsfeld der Erde in der Nähe der Erdoberfläche.

a) Stellen Sie die Lagrangefunktion in geeigneten generalisierten Koordinaten auf. **(2 Punkte)**

b) Leiten Sie aus der Lagrangefunktion die Bewegungsgleichungen ab. **(2 Punkte)**

c) Zeigen Sie, dass es eine Lösung gibt, bei der der zeitliche Verlauf von α und β übereinstimmt. **(2 Punkte)**

Anmerkung: *Eine Glocke mit Klöppel ist ein System, das einem Doppelpendel entspricht. Die speziellen Lösungen des Aufgabenteils c) sind dann natürlich höchst unerwünscht, weil die Glocke nicht läutet. Bei der Neuinstallierung der Glocken am Kölner Dom kam es tatsächlich bei einer der Glocken zu einer solchen Situation. Erst nach Veränderung der Paramter (Klöppelmasse m, Klöppellänge d) gab diese einen Ton von sich.*

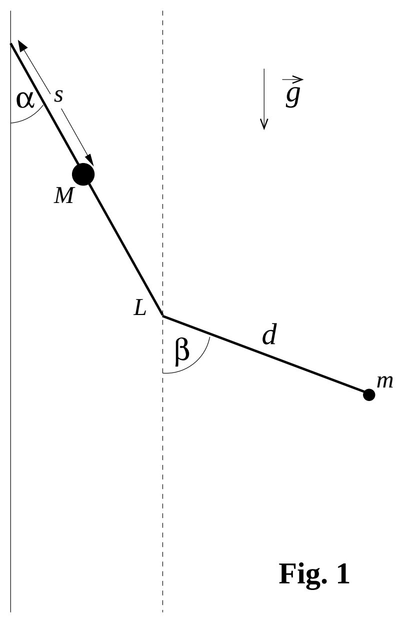

Fig. 1

Aufgabe A21: *Invarianzen und Erhaltungssätze: Perle auf Schraubenlinie*
Eine Perle gleite reibungsfrei auf einer Schraubenlinie mit Radius R und Ganghöhe h (siehe Fig. 2). Die Gravitationskraft wirke in negative z-Richtung.

a) Benutzen Sie Zylinderkoordinaten (r, φ, z) und formulieren Sie die Zwangsbedingungen. **(1 Punkt)**

b) Stellen Sie die Langrangefunktion auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung für φ ab. Lösen Sie diese. **(2 Punkte)**

c) Zeigen Sie, dass die Lagrangefunktion unter der Transformation

$$\varphi(t) \longmapsto \varphi(t, \alpha) = \varphi(t) + \alpha \tag{1}$$

(mit dem Parameter α)
symmetrisch ist, d.h. es gilt:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} L\left(\varphi(t, \alpha), \dot{\varphi}(t, \alpha), t\right)|_{\alpha=0} = \frac{d}{dt} f\left(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), t\right).$$

Bestimmen Sie f und die zur Transformation (1) gehörende Erhaltungsgröße. Benutzen Sie dann diese Erhaltungsgröße um $\varphi(t)$ als Funktion der Zeit zu bestimmen und somit das Problem zu lösen. **(3 Punkte)**

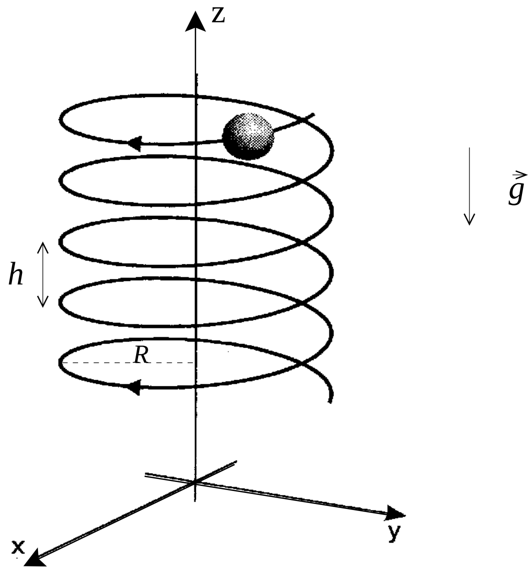

Fig. 2