

Universität Heidelberg

MATHEMATISCHER VORKURS
ZUM STUDIUM DER PHYSIK
ÜBUNGEN

Aufgaben zu Kapitel 8

(aus: K. Hefft, Mathematischer Vorkurs zum Studium der Physik, sowie Ergänzungen)

AUFGABE 8.1: Imaginäre Einheit

Berechnen Sie: i^{15} , i^{45} , $(-i)^{-20}$

AUFGABE 8.2: Argument einer komplexen Zahl:

Bestimme Sie das Argument der komplexen Zahl $b = 1 - i$.

AUFGABE 8.3: Komplexkonjugation:

$$c = 3 + 3\sqrt{3} i$$

$Re(c)$, $Im(c)$, $|c|$, $arg(c)$, c^* , $c + c^*$, $c - c^*$.

AUFGABE 8.4: Multiplikation und Division einer komplexen Zahl

Berechnen Sie für die komplexe Zahl

$$c = 3 + 3\sqrt{3} i$$

cc^* , c^2 , $\frac{c}{c^*}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{c^*}$, $\frac{1}{c} + \frac{1}{c^*}$, $\frac{1}{c} - \frac{1}{c^*}$ und c^3

Berechnen Sie für eine komplexe Zahl

$$z = r e^{i\phi}$$

zz^* , z^2 , $\frac{z}{z^*}$, $\left|\frac{z}{z^*}\right|$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{z^*}$, $\frac{1}{z} - \frac{1}{z^*}$

AUFGABE 8.5: einfache Abbildungen

Wählen Sie eine komplexe Zahl z und berechnen und skizzieren Sie für diese:

a) iz

b) $\frac{1}{z}$

c) $\frac{1}{z^*}$

AUFGABE 8.8: Beweisen Sie das Additionstheorem

$$\cos(z - w) = \cos(z)\cos(w) + \sin(z)\sin(w)$$

mit Hilfe der Exponentialfunktionen. Zeigen Sie weiterhin

$$\cos^2(z) + \sin^2(z) = 1$$

.

AUFGABE 8.9: Zusammenhang mit den hyperbolischen Funktionen
Zeigen Sie, dass:

a) $\cos(iz) = \cosh(z)$

b) $\sin(iz) = i \sinh(z)$

c) $4\sin^3(\alpha) = 3\sin(\alpha) - \sin(3\alpha)$

AUFGABE 8.13: Wurzeln

Berechnen und skizzieren Sie folgende Wurzeln:

a) $w = \sqrt[3]{i}$

b) $w = \sqrt[4]{-1}$

c) $w = \sqrt[8]{1}$

d) $w = \sqrt[2]{8i}$

AUFGABE 8.14: Logarithmus:

Berechnen Sie $\ln(i)$