11. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik IV (Statistische Physik und Thermodynamik)

Abgabe: Freitag, 06. Juli 2007 in den Übungen.

Aufgabe 11.1:
Einatomiges verdünntes Gas bei hoher Temperatur - Geschwindigkeitsverteilung

In der Vorlesung haben Sie die Geschwindigkeitsverteilung

$$\hat{p}(\vec{v})\, d^3v \;=\; \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{M\vec{v}^{\,2}}{2kT}\right\} d^3v$$

der Atome in einem idelaen Gas kennengelernt.

a) Bestimmen Sie damit den wahrscheinlichsten, den mittleren und mittleren quadratischen Geschwindigkeitsbetrag der Teilchen in einem idealen Gas. **(3 Punkte)**

b) Betrachten Sie nun einen Behälter mit einem idealen Gas bei der Tempteratur T. Der Behälter habe auf einer Seite ein Loch (siehe Abbildung).

1) Berechnen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $\hat{p}^*(\vec{v})$ der Teilchen, die aus dem Loch austreten. Man nehme dazu an, dass das Gleichgewicht im Inneren des Behälters durch die austretenden Teilchen nicht gestört wird. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die Geschwindigkeitsverteilung $\hat{p}^*(\vec{v})$ der austretenden Teilchen ist proportional zu $v_z\hat{p}^*(\vec{v})$ (mit v_z = Geschwindigkeitskomponente der Teilchen in $z-$ Richtung), d.h. $\hat{p}^*(\vec{v}) \;=\; c\, v_z \hat{p}(\vec{v})$. Die Konstante c bestimmt man aus der Normierung.

2) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit der austretenten Teilchen in z-Richtung (siehe Abbildung). **(1 Punkt)**

3) Berechnen Sie die mittlere kinetische Energie der ausströmenden Teilchen. **(1 Punkt)**

4) Berechnen Sie die Rate $R = \frac{d^2N}{dtdA}$ der Teilchen, die pro Zeiteinheit und Lochfläche den Behälter verlassen. **(2 Punkte)**

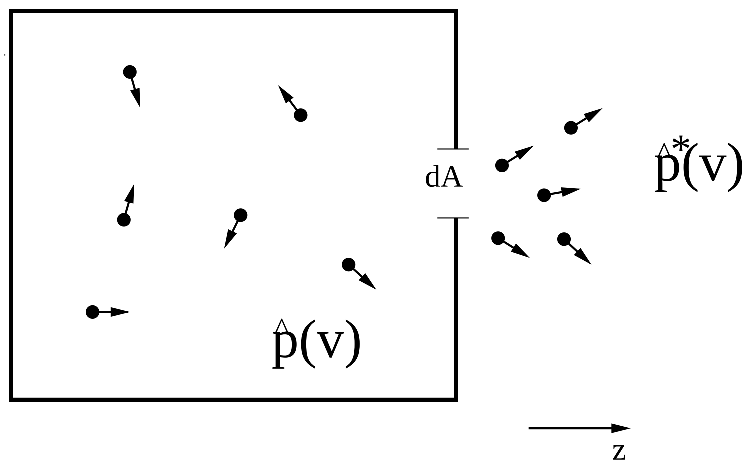

Abb. 1

Aufgabe 11.2 **(2 Punkte)**

Betrachten Sie nochmals die Situation der Testaufgabe T5, aber jetzt für ultrarelativistische Teilchen (d.h. unter Vernachlässigung der Masse in der Formel für die Energie eines Teilchens):
Ein ultrarelativistisches ideales Fermigas befinde sich in einem Volumen V. Das chemische Potenzial sei μ. Betrachten Sie im folgenden nur den Spezialfall $T = 0$. Berechnen Sie die mittlere Teilchenzahl $\bar{N}$ und die mittlere Gesamtenergie $\bar{E}$. Drücken Sie $\bar{E}$ durch $\bar{N}$ und μ aus.

Aufgabe 11.3

Ein Metall enthalte Leitungselektronen im Volumen V. Die Temperatur sei $T = 0$, das chemische Potential $\mu = \epsilon_F$, und das magnetische Moment der Elektronen μ_m. Es werde ein Magnetfled $\vec{B}$ angelegt, das so schwach sein soll, dass es im folgenden nur in erster Ordnung berücksichtigt werden muss.

a) Man berechne die mittlere Elektronenzahlen $N_\pm$ für Elektronen mit Spin parallel bzw. antiparallel zum Magnetfeld. **(2 Punkte)**

b) Berechnen Sie die mittlere Magnetisierung M und die Suszeptibilität $\chi = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_{N,V,T=0}$. **(1 Punkt)**

c) Drücken Sie das chemische Potential durch die mittlere Gesamtelektronenzahl $N = N_+ + N_-$, aus und eleminieren Sie damit das chemische Potential aus der Formel für die Suszeptibilität. **(1 Punkt)**

Aufgabe 11.4 **(1 Punkt)**

Flüssiges ^{3}He als ideales Fermigas: Bestimmen Sie den Wert des chemischen Potentials $\mu = \epsilon_F$ für ^{3}He am absoluten Temperaturnullpunkt. Die Dichte der Flüssigkeit beträgt $0.081 g/cm^3$.