

Quanten - Gravitation

Quantenmechanik und allgemeine Relativitätstheorie

zwei Pfeiler im Gebäude der theoretischen Physik

Passen sie zusammen ?

Oder brauchen wir ganz neue
theoretische Konzepte ?

Quantenmechanik und allgemeine Relativitätstheorie

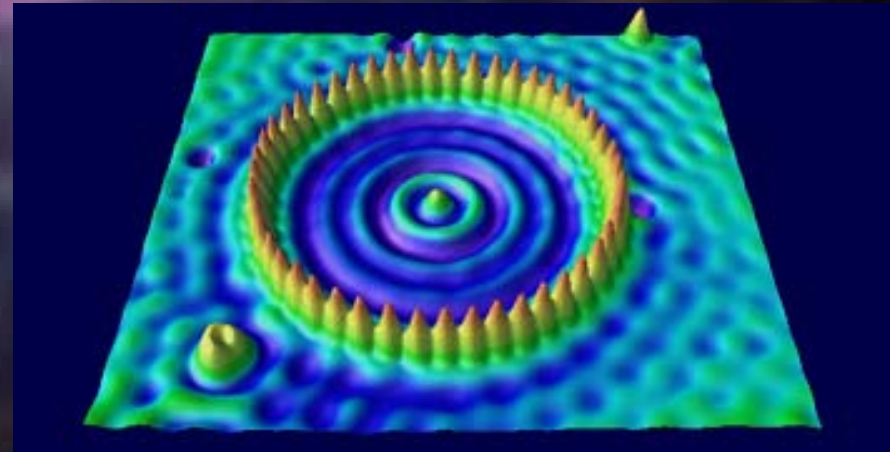
QM

- Unbestimmtheit des Ortes
- Erhaltung der Information
- Wahrscheinlichkeits-
Amplitude
(Wellenfunktion)

GR

- Raum-Zeit Punkte
- schwarzes Loch hat keine
Haare
- klassische Feldgleichungen

Brauchen wir eine Wellenfunktion
für ein schwarzes Loch ?

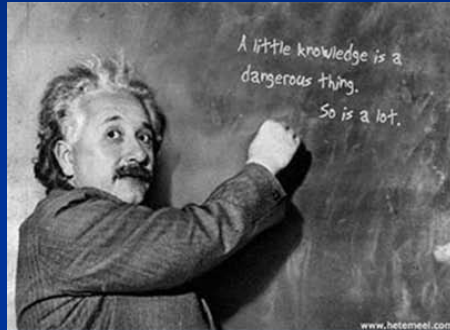


Quanten-Gravitation

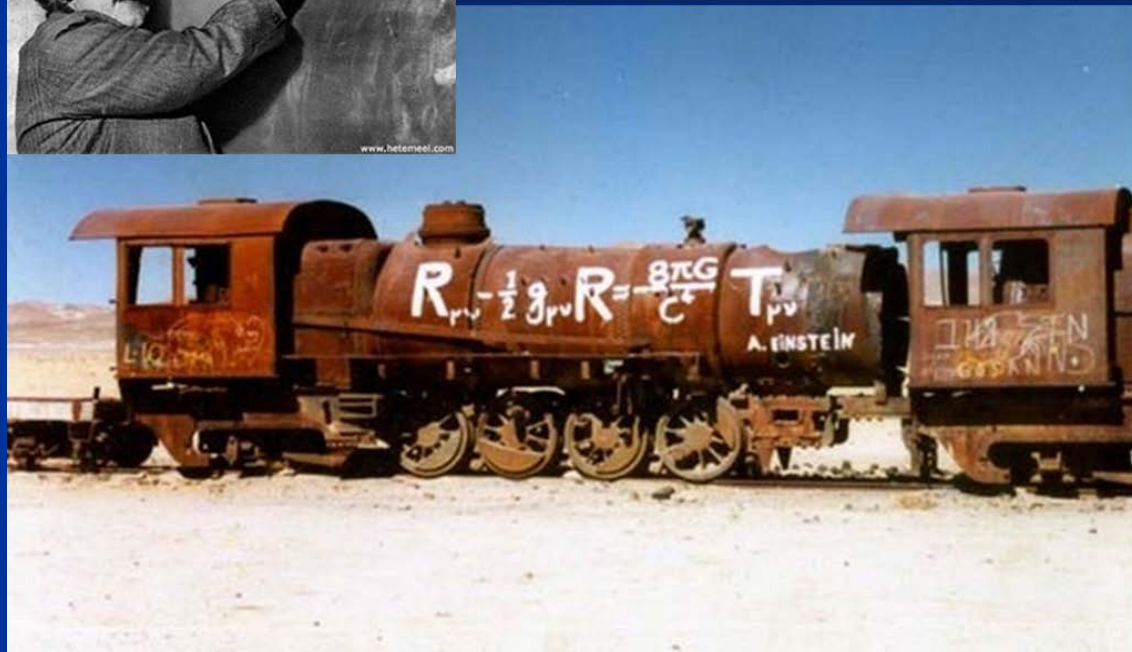
Vereinheitlichung der fundamentalen
Wechselwirkungen

Braucht man Quantengravitation ?

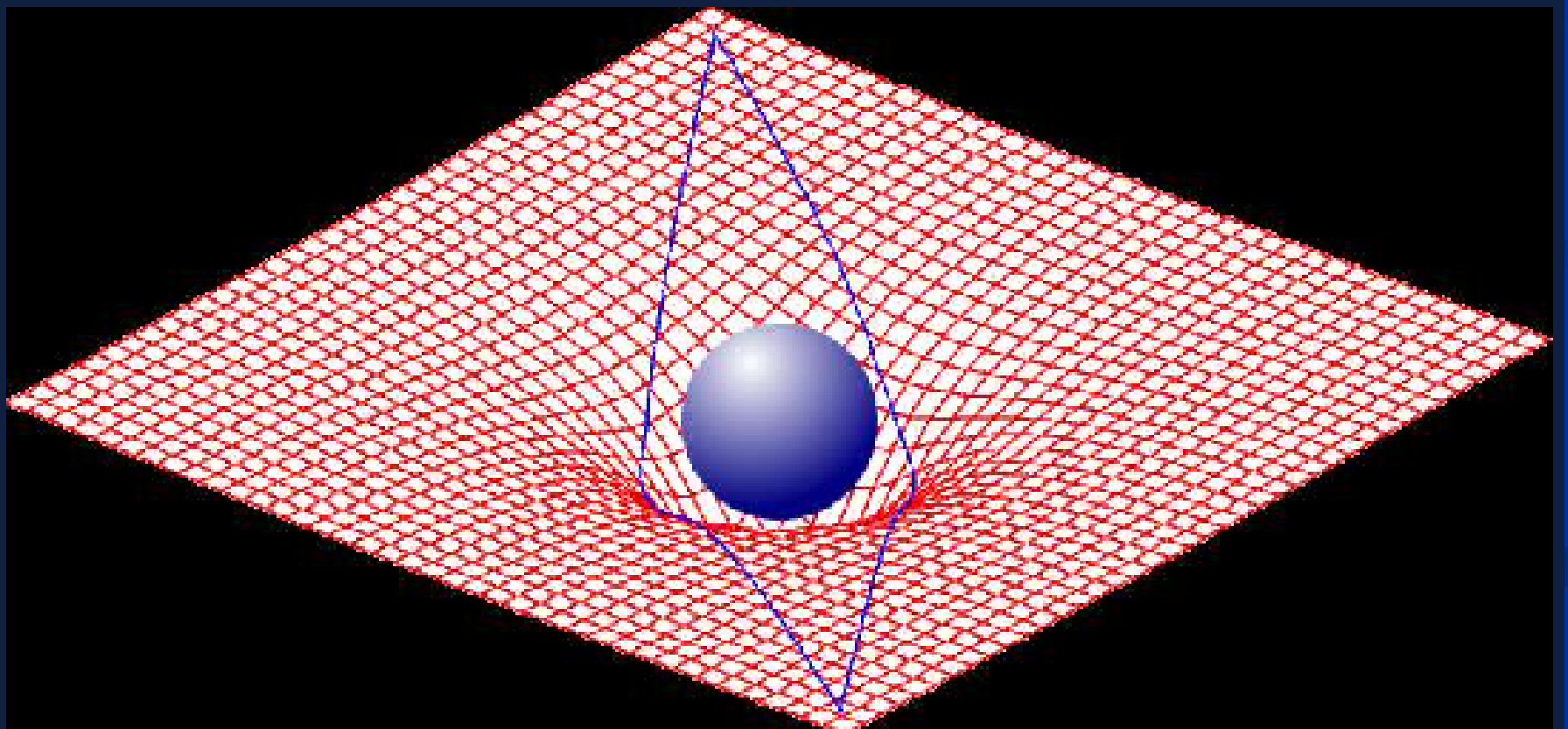
Gravitations - Gleichung



$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$



Massives Teilchen ändert Geometrie der Umgebung



Gravitations - Gleichung

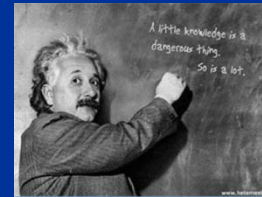
$$M^2(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}) = T_{\mu\nu}$$

Einstein Tensor

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}$$

hängt ab von Metrik $g_{\mu\nu}$
und ihren Ableitungen

Energie-Impuls Tensor : $T_{\mu\nu}$
Materie und Strahlung



$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$



Newton

$$\Delta\varphi = -4\pi G\rho$$

Planck – Masse

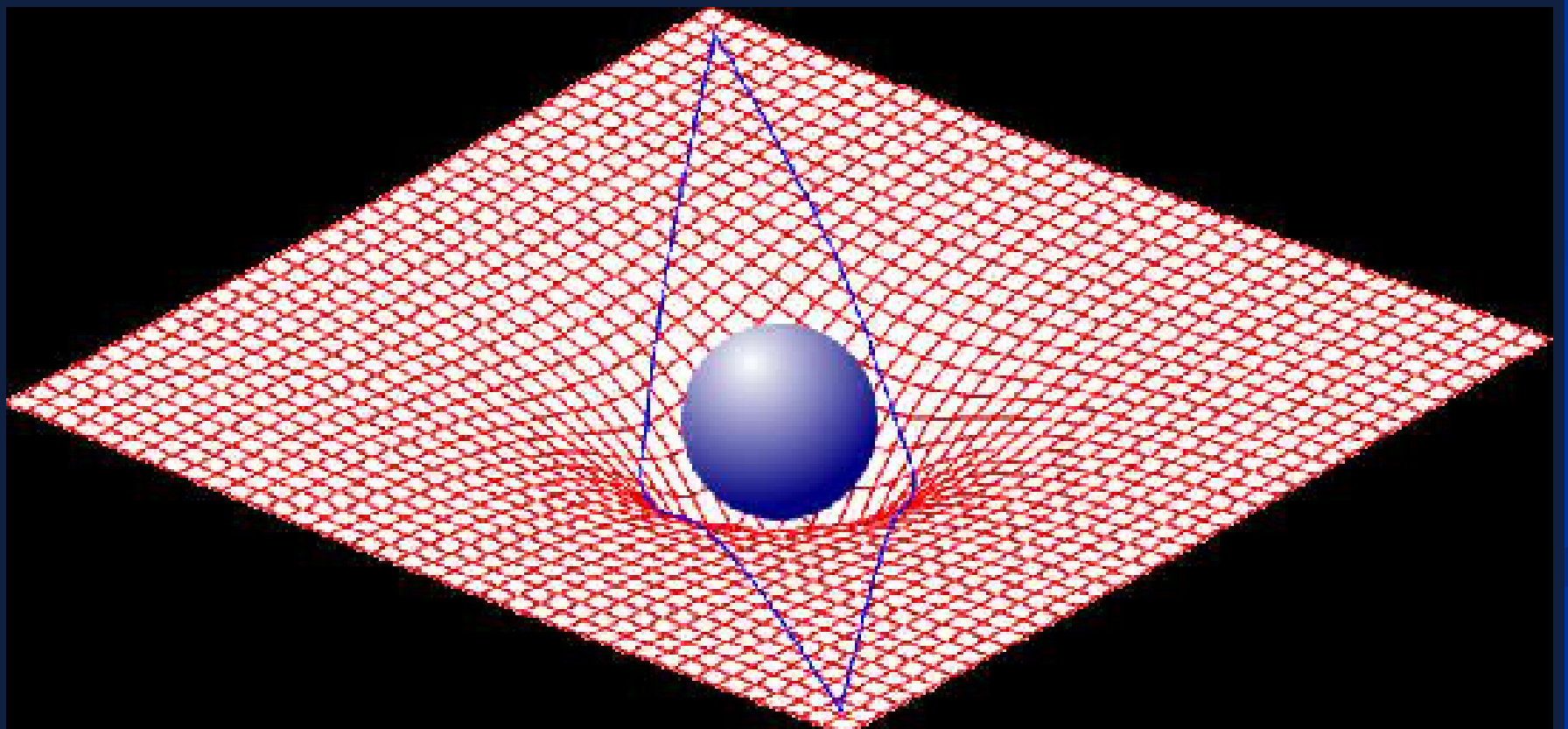
(reduzierte) Planck Masse

$$M^2 = \frac{1}{8\pi G}$$

experimentell nicht gerade gut zugänglich ...

$$M = 2.4 \cdot 10^{18} GeV$$

Metrik $g_{\mu\nu}$ bestimmt die
Geometrie



Energie - Impuls Tensor ist Quantenobjekt

ρ : Energiedichte p : Druck

$$T_{\mu\nu} : \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix}$$

Energiedichte ist Erwartungswert eines Quantenobjekts

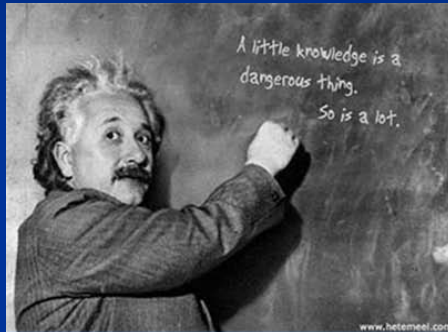
Wasserstoffatom : nicht punktförmig

Quark-Gluon Plasma , Higgs Potential

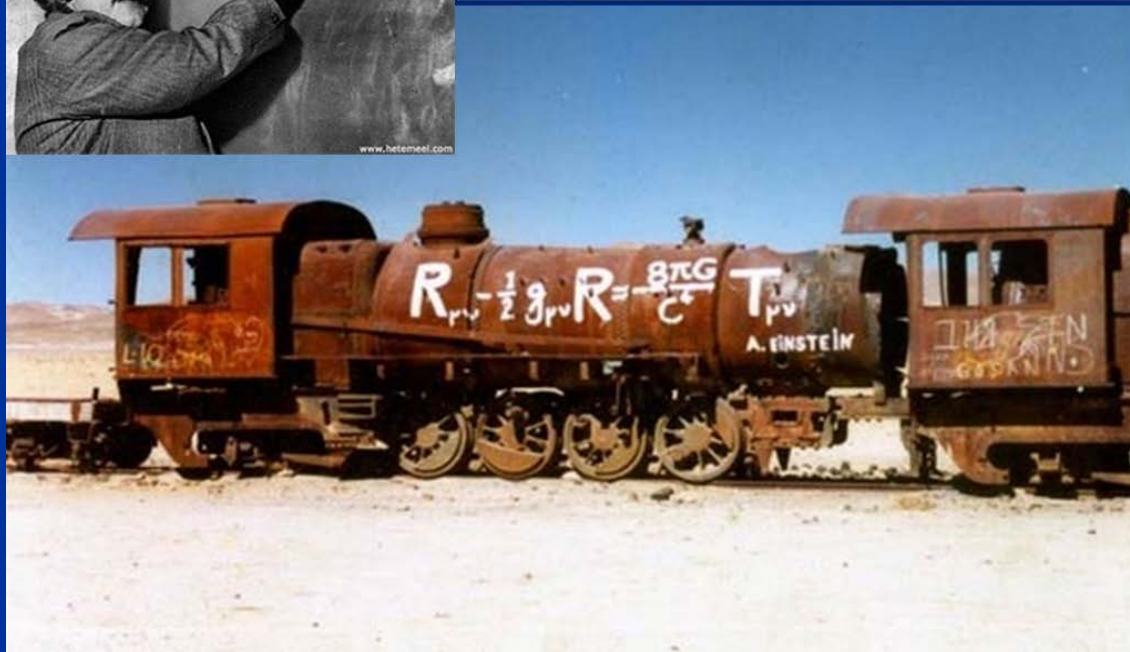
Braucht man Quanten-Gravitation ?

- Gravitations-Gleichung
- links : klassisches Gravitationsfeld ,
rechts Quantenmaterie
(Energie- Impuls – Tensor ist Quantenobjekt)
- Kann man eine Gleichung haben , bei der links
ein klassisches Feld und rechts ein
Quantenobjekt steht ?

Kann man eine Gleichung haben , bei der
links ein klassisches Feld und rechts ein
Quantenobjekt steht ?



$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$



ja : Gleichung für Erwartungswerte !

**Metrik und Einstein- Tensor
sind Erwartungswerte
von Quanten - Observablen**

Metrik und Einstein – Tensor sind Erwartungswerte
von Quantenobjekten

Quanten – Feld – Theorie der Gravitation



Quantenfeldtheorie der Gravitation

Quantenfelder : unendlich viele Freiheitsgrade

zentrale Größen :

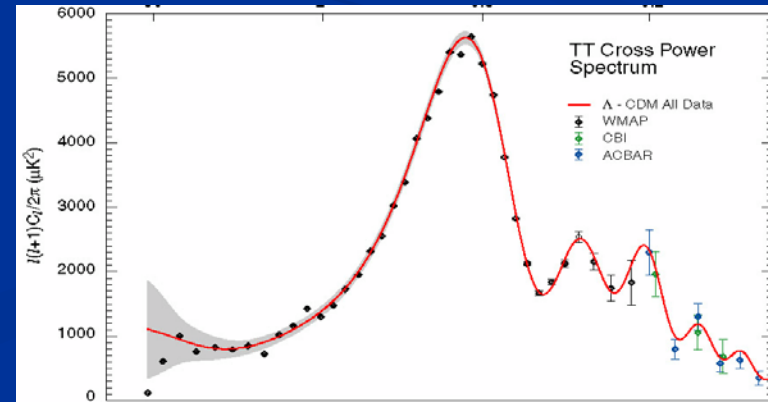
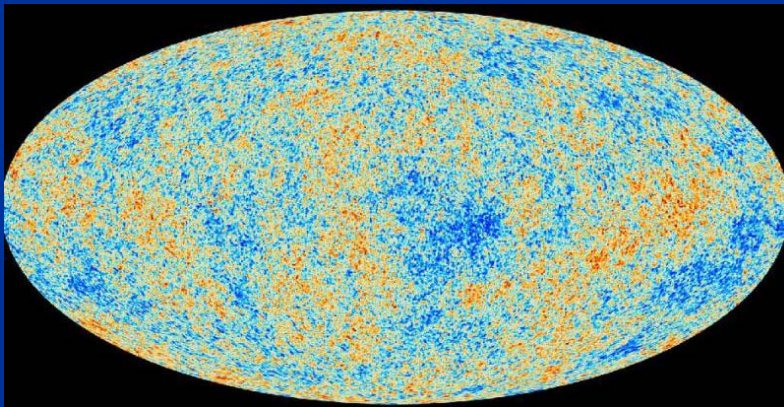
Erwartungswerte, Korrelationsfunktionen

nicht : Wellenfunktion des Universums

Es fragt auch niemand nach der Wellenfunktion des Higgs- Mechanismus ...

Objekte der Quantengravitation

- Erwartungswerte : Metrik (ähnlich Higgs- Feld)
- Korrelationsfunktion : wichtig für kosmische
Hintergrundstrahlung
(ähnlich Propagatoren in QFT)



Ähnlichkeit : Standardmodell der Elementarteilchenphysik (SM) und Gravitation (GR)

SM

Quantenfeldtheorie

Effektive Wirkung



exakte Feldgleichungen

(z.B. Maxwellgleichungen
mit Quantenkorrekturen)

GR

Feldgleichungen

Wirkung kann als
effektive Wirkung
interpretiert werden

Quantenmechanik und allgemeine Relativitätstheorie

QM

- Unbestimmtheit des Ortes
- Erhaltung der Information
- Wahrscheinlichkeits-
Amplitude
(Wellenfunktion)

GR

- Raum-Zeit Punkte
- schwarzes Loch hat keine
Haare
- klassische Feldgleichungen

Ähnlichkeit : Standardmodell der Elementarteilchenphysik (SM) und Gravitation (GR)

SM

lokale Eichsymmetrie

GR

Diffeomorphismen – Symmetrie
(Invarianz unter allgemeinen
Koordinaten-Transformationen)
ist lokale Eichsymmetrie

Kaluza-Klein : Eichsymmetrien des SM in $d=4$
aus Diffeomorphismen in $d > 4$ (Isometrien des inneren Raums)

Probleme einer Quantenfeldtheorie der Gravitation

(1) keine Renormierbarkeit in Störungstheorie

(2) kein (regularisiertes) Funktional - Integral
bekannt

(vergleiche Gitter- Eichtheorie)

Probleme sind **nicht** konzeptioneller Natur !

Brauchen wir Superstrings ?

- (1) Endliche Theorie löst Problem der Renormierbarkeit
- (2) Kein Funktional - Integral , keine nicht - störungstheoretische Formulierung

Grundzustandsproblem

**Es kann viele verschiedene
Formen einer Quantenfeldtheorie
der Gravitation geben**

Renormierbarkeit der Gravitation jenseits der Störungstheorie

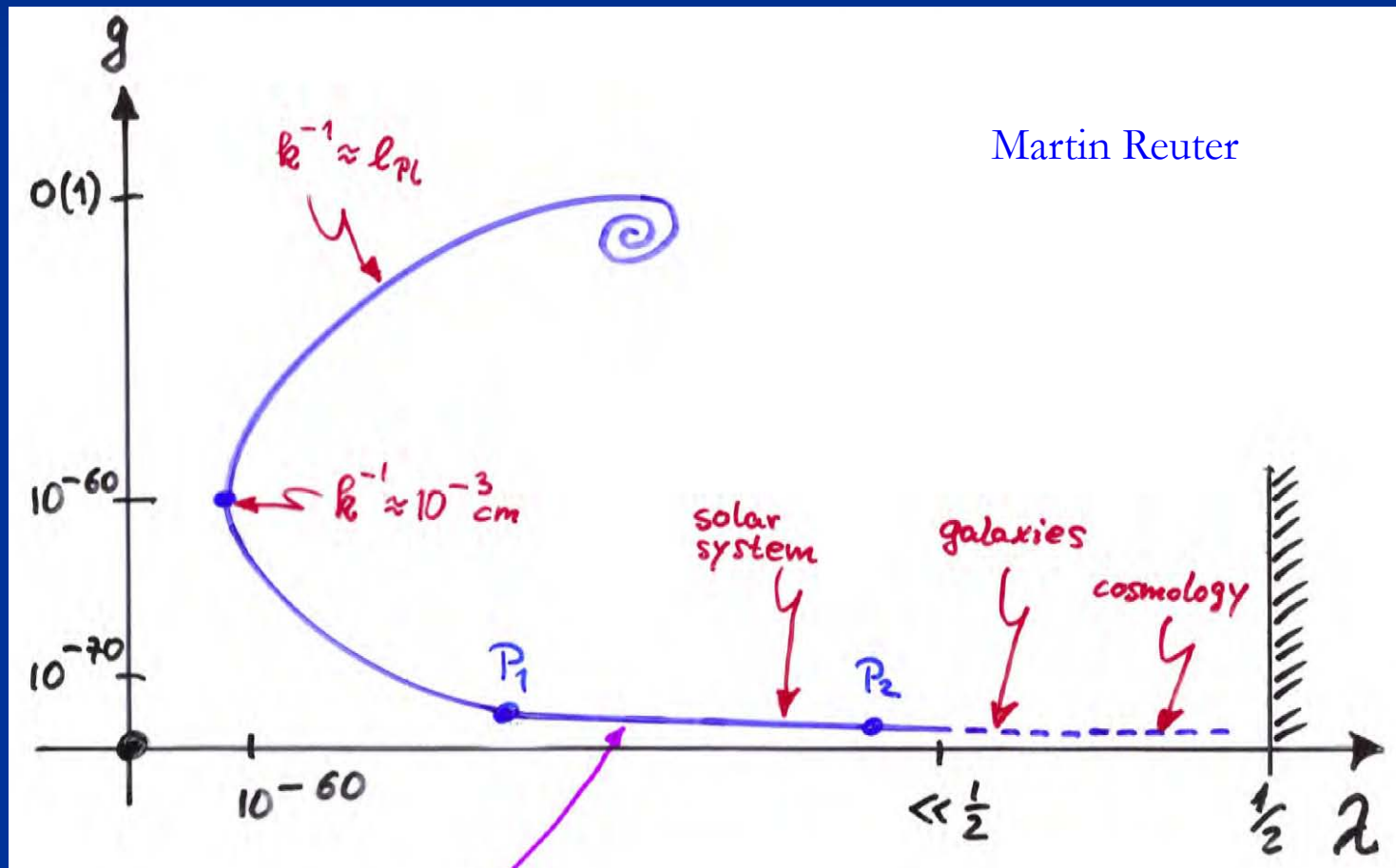
Asymptotische Sicherheit (S.Weinberg , M. Reuter)

Funktionale Renormierung (Flussgleichungen)

bietet Möglichkeit , nicht – störungstheoretisch
renormierbare Theorien zu behandeln

Renormierbarkeit = Existenz eines Ultraviolett –
Fixpunktes im Fluss

UV – Fixpunkt in Einstein - Gravitation



Quanten – Dilaton - Gravitation

mit T. Henz , A. Rodigast, J. Pawlowski

Effektive Wirkung
am Fixpunkt , $k=0$

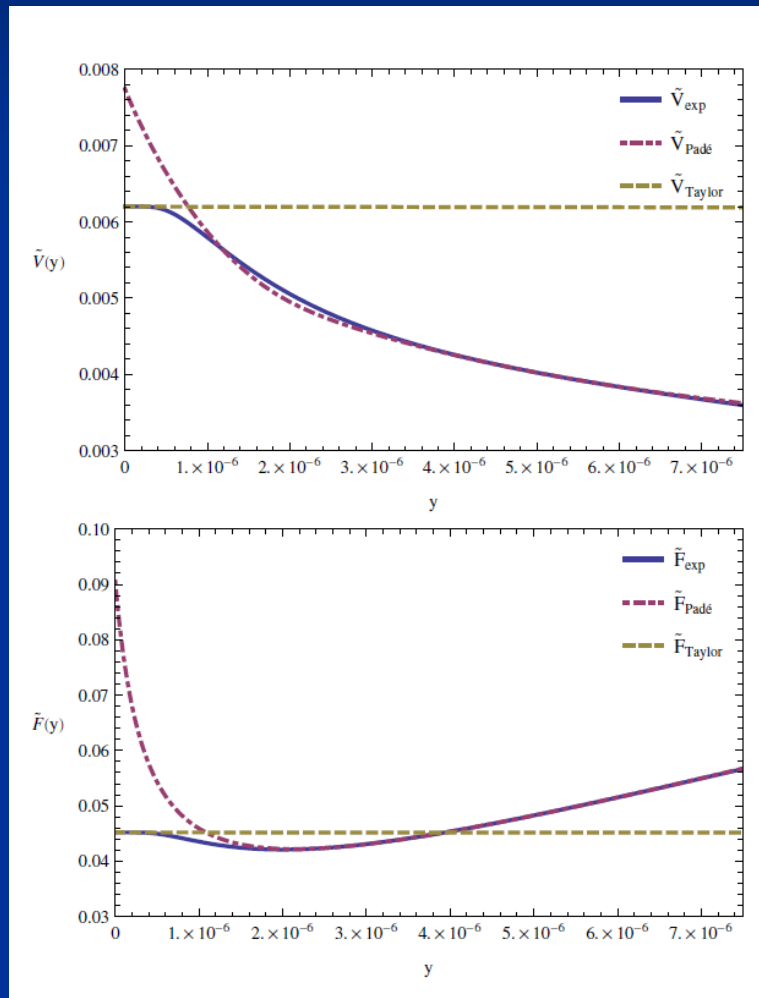
$$\Gamma = \int d^4x \sqrt{g} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - \frac{1}{2} \xi \chi^2 R \right)$$

Trunkierung

$$\Gamma_k \models \int d^4x \sqrt{g} \left(V_k(\chi^2) - \frac{1}{2} F_k(\chi^2) R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi \right)$$

$$V_k = k^4 y^2 v_k(y), \quad F_k = k^2 y f_k(y), \quad \text{where } y = \frac{\chi^2}{k^2}.$$

Quanten – Dilaton - Gravitation



Kann Fixpunkt
etabliert werden ?

Regularisiertes Funktional - Integral

- Gitterformulierung
- Symmetrien sind entscheidend

(Diffeomorphismus Symmetrie)

- Freiheitsgrade weniger wichtig

Metrik, Vierbein , Spinoren , Dreiecke ,
konforme Felder...

Graviton , Metrik : kollektive Objekte

in Theorie mit Diffeomorphismus Symmetrie

Skalare Gravitation in d=2

mit D.Sexty

- Quantenfeldtheorie für Skalar
- d=2 , zwei komplexe Felder i=1,2
- nichtlineares sigma-Modell

$$\sum_i \varphi_i^* \varphi_i = 1$$

- Diffeomorphismus-Symmetrie der Wirkung

$$S = \beta \int d^2x \epsilon^{\mu\nu} (\varphi_1^* \partial_\mu \varphi_1 - \varphi_1 \partial_\mu \varphi_1^*) (\varphi_2^* \partial_\nu \varphi_2 - \varphi_2 \partial_\nu \varphi_2^*)$$

- **keine Metrik !**

Gitter Regularisierung

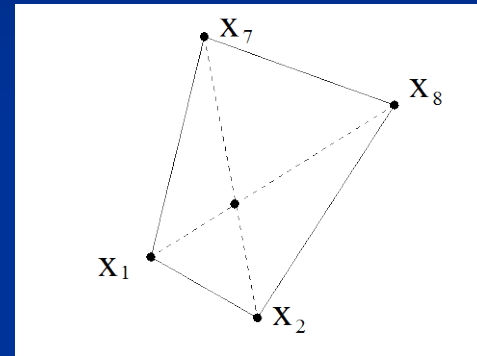
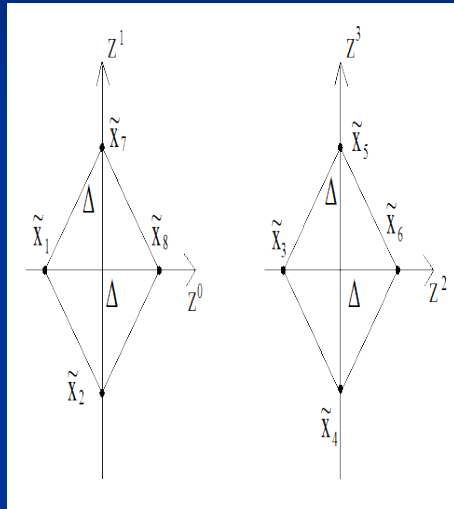
klassisch statistisches System,
ähnlich Festkörper

$$S = \beta \int d^2x \epsilon^{\mu\nu} (\varphi_1^* \partial_\mu \varphi_1 - \varphi_1 \partial_\mu \varphi_1^*) (\varphi_2^* \partial_\nu \varphi_2 - \varphi_2 \partial_\nu \varphi_2^*)$$

$$\partial_\mu \varphi(\tilde{y}) = \frac{1}{2\Delta} [\varphi(\tilde{y} + v_\mu) - \varphi(\tilde{y} - v_\mu)] \quad (\tilde{v}_\nu)^\mu = \delta_\nu^\mu$$

$$\bar{\varphi}(\tilde{y}) = \frac{1}{4} [\varphi(\tilde{y} + v_0) + \varphi(\tilde{y} - v_0) + \varphi(\tilde{y} + v_1) + \varphi(\tilde{y} - v_1)]$$

Position der Gitterpunkte spielt keine Rolle



$$V(\tilde{y}) = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu} (x_4^\mu - x_1^\mu)(x_3^\nu - x_2^\nu)$$

$$\int d^2x = \sum_{\tilde{y}} V(\tilde{y})$$

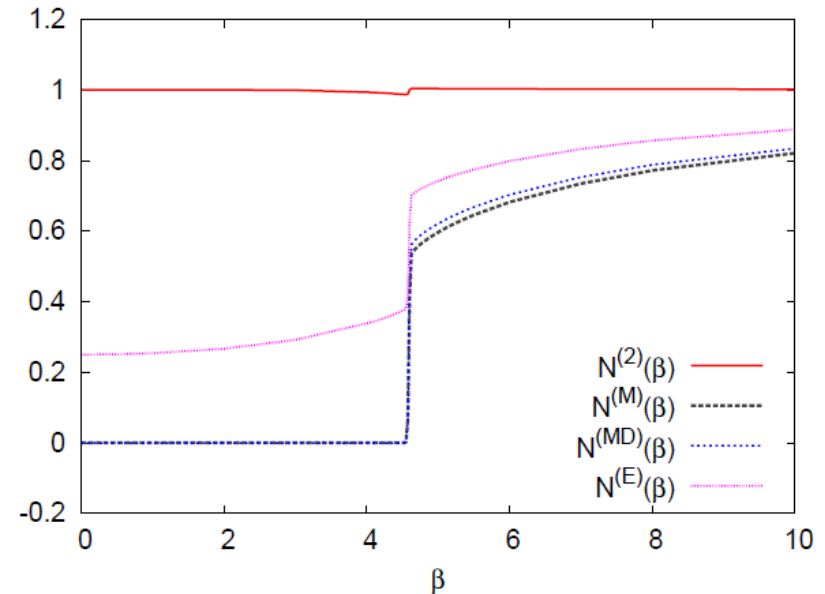
$$S = \beta \int d^2x \epsilon^{\mu\nu} (\varphi_1^* \partial_\mu \varphi_1 - \varphi_1 \partial_\mu \varphi_1^*) (\varphi_2^* \partial_\nu \varphi_2 - \varphi_2 \partial_\nu \varphi_2^*)$$

Kollektive Metrik

$$\tilde{g}_{\mu\nu}^{(M)} = 8\Delta^2 \text{Re}(i\varphi_1^* \partial_\mu \varphi_1) \text{Re}(i\varphi_2^* \partial_\nu \varphi_2) + (\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2)$$

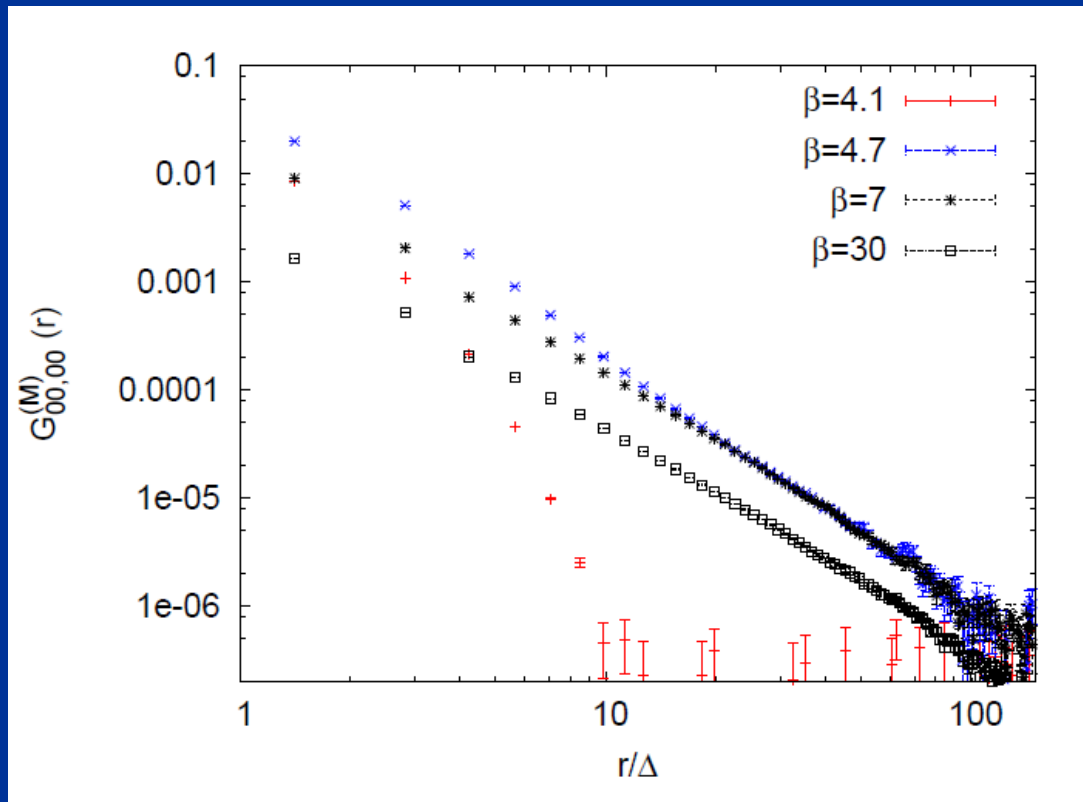
$$g_{\mu\nu}^{(M)} = \langle \tilde{g}_{\mu\nu}^{(M)} \rangle = N^{(M)}(\beta) \eta_{\mu\nu}$$

Metrik des flachen
Minkowski Raums



Korrelationsfunktion der Metrik

$$G_{\mu\nu,\rho\sigma}(x,y) = \langle h_{\mu\nu}(x)h_{\rho\sigma}(y) \rangle$$



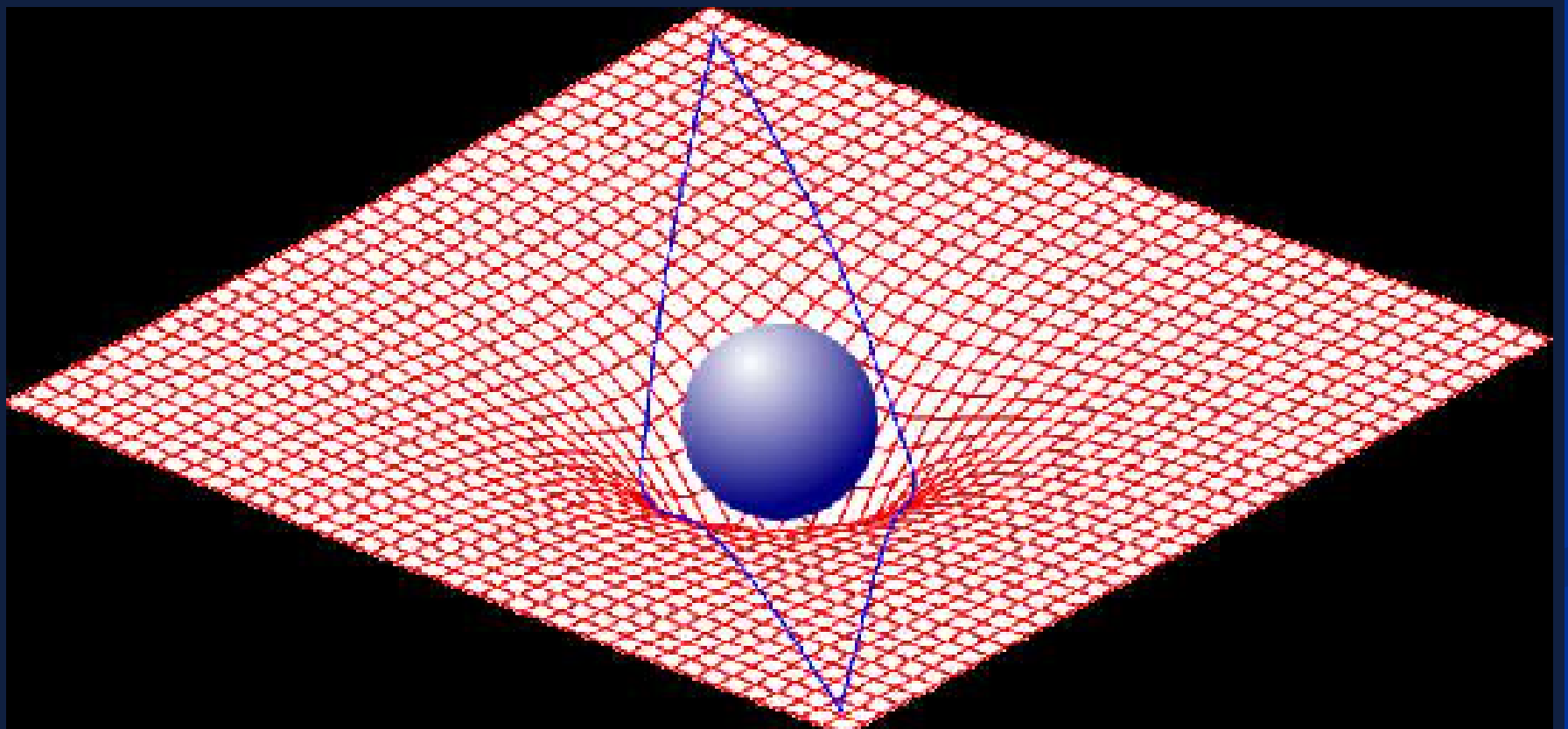
Gravitationspotenzial eines Punktteilchens

$$h_{\mu\nu}(x) = \int_y G_{\mu\nu,\rho\sigma}(x, y) t^{\rho\sigma}(y)$$

$$t^{00}(y^0, y^1) = M\delta(y^1)$$

$$h_{00}(x_0, x_1) \sim \frac{M}{|x_1|}$$

Massives Teilchen ändert Geometrie der Umgebung

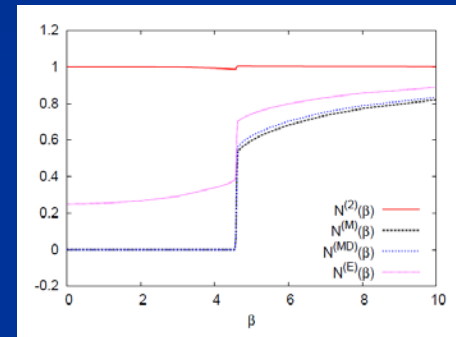


Gibt es Modell dieses Typs
in vier Dimensionen ,
mit Lorentz – Symmetrie im
Kontinuumslimit ?

Diffeomorphismus – Symmetrie
der effektiven Wirkung ?

Universalität der Geometrie

- Verschiedene mögliche Definitionen von Metrik – Observablen



- Welche nehmen ?
- Ein Beobachter misst eine Kugel , der andere eine Birne ?

Universalität der Geometrie

Für grosse Längen verglichen mit Planck-Länge :

verschiedene Metriken sind proportional
zueinander

Universelle Geometrie , bis auf Einheiten

In der Nähe der Planck-Länge :

Universalität bricht zusammen –

**Raum und Zeit verschwinden im
Nebel der Fluktuationen**

Gibt es beobachtbare Konsequenzen der Quantengravitation ?

- Korrekturen zur Einstein - Hilbert - Wirkung
- Neue Felder ?

Gravitations - Gleichung

- Ist Einstein - Hilbert Wirkung ausreichend ?
- Dies kann nicht die exakte effektive Wirkung einer Theorie der Quantengravitation sein !
- Ist es eine ausreichend genaue Näherung für die effektive Wirkung ?
- Antwort für diese Frage braucht konsistente Theorie der **Quanten Gravitation** !

Einstein - Gravitation als effektive Theorie für grosse Abstände oder kleine Impulse

- Diffeomorphismen - Symmetrie

- Entwicklung nach Ableitungen

keine Ableitung : kosmologische Konstante

zwei Ableitungen : Krümmungs - Skalar R

vier Ableitungen : R^2 , zwei weitere Tensor - Strukturen

Man erwartet höhere Ableitungen , die durch Quanten –
Fluktuationen induziert werden. Aber bei erreichbaren
Energien nur winzige Korrekturen

Modifikationen bei kleinen Abständen

Korrekturen zu den Einstein – Gleichungen
können eine wichtige Rolle spielen für $R \sim M^2$

Singularität der schwarzen Löcher,

inflationäres Universum

Neue Felder ?

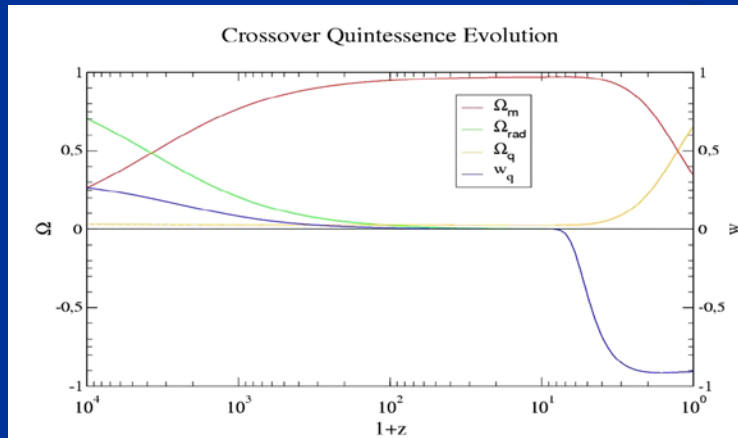
- **Photon** als Konsequenz der Vereinheitlichung von Elektrizität und Magnetismus
- **Higgs Boson** als Resultat der Vereinheitlichung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung
- **Kosmon** als Resultat der Vereinheitlichung von Standard-Modell und Gravitation ?

Dynamische Dunkle Energie

UV Fixpunkt : $\Gamma = \int d^4x \sqrt{g} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - \frac{1}{2} \xi \chi^2 R \right)$

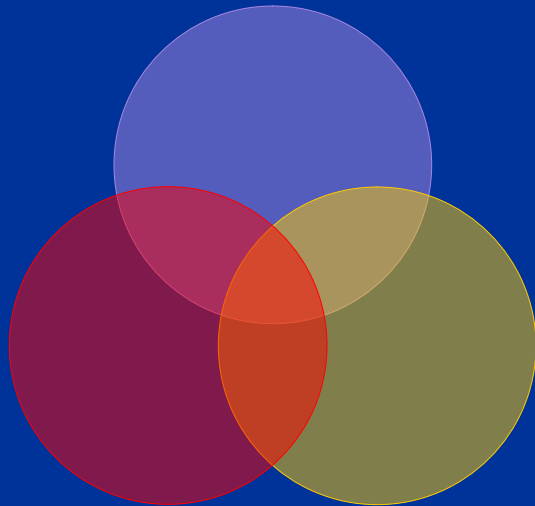
addiere beliebige kosmologische Konstante
oder Massenterm χ^2 

Dynamische Dunkle Energie



Quintessenz : neue fundamentale Wechselwirkung

Starke, elektromagnetische, schwache Wechselwirkung



Gravitation

Kosmodynamik

Auf
astronomischen
Skalen:

Graviton

+

Kosmon

**Es gibt schon noch dicke
Bretter zu bohren
in diesem Haus !**

