Übungsblatt 4

1. Nach dem Riemann-Lebesgue-Lemma hat jede integrierbare Funktion f eine stetige Fouriertransformierte, die bei ∞ verschwindet. Zeigen Sie, dass man keine fixe Potenz dafür angeben kann, d.h. zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es eine integrierbare Funktion f, für die gilt: wenn $|\xi| > 1$ ist, dann ist $|\hat{f}(\xi)| \geq |\xi|^{-\varepsilon}$.

(Hinweis: Betrachten Sie $x^{-\beta}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ und wählen Sie β entsprechend.)

2. Berechnen Sie die Fouriertransformierte von

$$T = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \delta'(x-n) \ .$$

Was bedeutet das für $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} f'(n)$ für geeignete Funktionen f ?

3. Berechnen Sie für $t > 0$ die Summe

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+tk^2}$$

4. Zeigen Sie: Für $t > 0$ ist $F : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \mathrm{e}^{-t|x|}$ vom positiven Typ.

Abgabetermin 10.1.2014