Fakultät für Physik
C. Ewerz

Universität Bielefeld
Wintersemester 2007/08

13. Übung zur Quantenmechanik II

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 6.2.2008
Besprechung der Präsenzaufgaben: 7.2.2008

P 34 Strukturanalyse mittels Streuung (7 Punkte)

Wir betrachten die Streuung von Teilchen an einem zweiatomigen Molekül, dessen Potential gegeben sei durch

$$V(\vec{x}) = F(\vec{x}+\vec{a}) + F(\vec{x}-\vec{a})\,, \tag{1}$$

worin F das Potential eines Atoms ist. Das Molekül sei also entlang der x-Achse orientiert. Die Streuteilchen sollen entlang der z-Achse einlaufen. Der Streuwinkel θ sei wie üblich als Polarwinkel zur z-Achse definiert. Der Azimuthalwinkel φ sei so definiert, daß die positive x-Achse $\varphi = 0$ habe.

(a) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Bornscher Näherung. *Hinweis:* Das Ergebnis können Sie durch die Fouriertransformierte von F ausdrücken. Wie hängt $(\vec{k}_f - \vec{k}_i)\cdot\vec{a}$ von θ und φ ab?

(b) Ein Experimentator benutzt Neutronen der Energie $E = 1\,\mathrm{eV}$ als Streuteilchen und beobachtet die erste Nullstelle des Wirkungsquerschnitts für $\varphi = 0$ bei $\theta = 4°$. Wie groß ist der Abstand $2a$ der beiden Atome im Molekül? *Hinweis:* $\hbar c = 197\,\mathrm{MeV\,fm}$, und die Neutronmasse ist $m_n c^2 = 938\,\mathrm{MeV}$.

Bemerkung: Man kann obiges Potential für die Streuung an einem Kristallgitter verallgemeinern und in ähnlicher Weise den Gitterabstand des Kristalls bestimmen.

P/S 35 Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts (7 Punkte)

Die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts enthält wichtige und experimentell leicht zugängliche Informationen über das Potential. Im folgenden wollen wir diese Winkelabhängigkeit genauer betrachten.

(P/a) Skizzieren Sie die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel θ für den Fall

(i) einer reinen s-Wellenstreuung,

(ii) einer reinen p-Wellenstreuung,

(iii) der Interferenz einer s-Wellen- und einer p-Wellenstreuung.

Hinweis: Hierbei können Sie die Koeffizienten der jeweiligen Terme in der Partialwellenzerlegung der Streuamplitude beliebig wählen.

(S/b) Skizzieren Sie die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Bornscher Näherung für zwei verschiedene Werte von ka, z. B. $ka = 10$ und $ka = 0.1$ für

(i) das Kastenpotential,

(ii) das Yukawa-Potential,

deren Streuamplituden in Aufg. 32 berechnet wurden. (Dort war statt a im Yukawa-Potential die Bezeichnung μ verwendet worden.)
Hinweis: Sie können hierbei natürlich Ihren Computer um Hilfe bitten.

S 36 Niederenergiestreuung an einer harten Kugel (6 Punkte)

Wir betrachten die Streuung von Teilchen am Potential einer harten Kugel,

$$V(r) = \begin{cases} \infty & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{2}$$

bei niedriger Energie, $kR_0 \ll 1$, so daß nur die s-Welle zur Streuung beiträgt. Setzen Sie die Streulösung in der Form $\psi(\vec{x}) = r^{-1}u_{k,l}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ an und geben Sie die radiale Gleichung für die Funktion $u_{k,0}(r)$ an. Finden Sie mit Hilfe der Randbedingung bei $r = R_0$ die Lösung dieser Gleichung und lesen Sie daran die Streuphase δ_0 ab. Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt und vergleichen Sie ihn mit dem Resultat, das Sie in der klassischen Mechanik für diesen Prozeß erwarten würden.

Weitere Informationen unter:
http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~ewerz/qm2-0708.html