10. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen in den Übungen der 12. Semesterwoche (16. Januar 2008)
Besprechung der Präsenzaufgabe in der 11. Semesterwoche (9. Januar 2008)

Aufgabe 39: (5 Punkte)

Eine Leiter der Länge L und der Masse M steht schräg an eine Wand gelehnt. Das Trägheitsmoment der Leiter um die Achse durch ihre mittlere Sprosse sei I. Am Fuße der Leiter wirkt eine Haftreibungskraft mit Haftreibungszahl μ.

a) Bis zu welchem Neigungswinkel ϕ_0 steht die Leiter stabil?

b) Die Leiter beginnt beim Winkel ϕ_0 zu rutschen, und es wirkt nun nur noch eine vernachlässigbare Gleitreibungskraft. Finden Sie die Lagrangefunktion, und stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

Aufgabe 40: (5 Punkte)

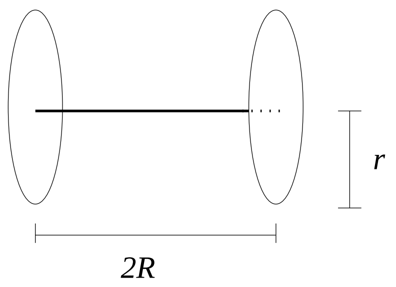
Der kleine Konrad spielt mit der kleinen Cornelia das Würfelspiel Meiern (Mäxchen). Sie spielen mit zwei identischen Würfeln mit homogener Massendichte ρ und Kantenlänge a. Konrad versucht sein Würfelergebnis gezielt vorherzubestimmen.

a) Bestimmen Sie für Konrad das Trägheitsmoment eines Würfels bei Rotation um eine Würfelkante.

b) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment eines Würfels bei Rotation um eine Achse, die durch den Mittelpunkt und eine Ecke des Würfels geht.

Aufgabe 41: (5 Punkte)

Zwei Räder mit Radius r seien im Abstand von $2R$ auf einer Achse montiert. Die Räder seien unabhängig voneinander drehbar. Diese Anordnung rolle rutschfrei und ohne Rollreibung oder Luftwiderstand auf einer horizontalen Ebene. Finden Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten zur Beschreibung der Bewegung und formulieren Sie die zugehörigen (nichtholonomen) differentiellen Zwangsbedingungen. Berechnen Sie die allgemeinste Bewegung des Systems durch Anwendung der Lagrangeschen Gleichungen 1. Art, und beschreiben Sie alle möglichen “Radspuren”. (Die Anführungsstriche beziehen sich auf die Tatsache, dass in Abwesenheit von Dissipationseffekten keine wirklichen Radspuren auftreten.)



Aufgabe 38 (Präsenzaufgabe):

Welche der folgenden Matrizen können einen Trägheitstensor in kartesischen Koordinaten darstellen?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$