2. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen der 3. Semesterwoche (31. Oktober 2007)

Aufgabe 8: (5 Punkte)

a) Ist das folgende auf $\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$ definierte Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an. (c, μ sind Konstanten.)

$$\mathbf{F} = \frac{c\,e^{-\mu r}}{r^2}(1+\mu r)\,\hat{\mathbf{r}}$$

b) Ist das folgende auf $\mathbb{R}^3\setminus$(x-Achse) definierte Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an. (*Hinweis:* Betrachten Sie die Arbeit entlang eines Weges, der die x-Achse umschließt.)

$$\mathbf{F} = \frac{c}{y^2+z^2}\begin{pmatrix} 0 \\ -z \\ y \end{pmatrix}$$

c) Seien $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ konstante Vektoren. Welche Bedingung müssen sie erfüllen, damit das auf $\mathbb{R}^3$ definierte Kraftfeld $\mathbf{F} = \mathbf{a}\,(\mathbf{b}\cdot\mathbf{r})$ konservativ ist?

Aufgabe 9: (5 Punkte)

a) Geben Sie explizit die Matrizen $R_1, R_2, R_3 \in \mathrm{SO}(3)$ an, die jeweils Drehungen um einen Winkel φ um die Koordinatenachsen $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ eines rechtshändigen Systems beschreiben. (Das Vorzeichen von φ sei im Sinne der Rechtsschraube definiert.)

b) Geben Sie explizit die für eine Drehung um einen Winkel φ um die Achse $\mathbf{e} = (0, \sin\alpha, \cos\alpha)$ erforderliche Matrix R an. (*Hinweis:* Überführen Sie zunächst $\mathbf{e}$ in $\mathbf{e}_3$ durch eine Drehung um $\mathbf{e}_1$. Dann wenden Sie die Drehung um φ um die so rotierte Achse an, und schließlich machen Sie die erste Drehung wieder rückgängig.)

Aufgabe 10: (5 Punkte)

N Personen, jede mit Masse m, stehen auf der Plattform eines Eisenbahnwaggons der Masse M, der sich zunächst in Ruhe befindet. Sie springen von einem Ende des Waggons mit der horizontalen Geschwindigkeit u (d.h. nach dem Absprung ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Waggon und Person u). Der Waggon rolle in die entgegengesetzte Richtung ohne Reibung.

a) Wie groß ist die Endgeschwindigkeit des Waggons, wenn alle Personen gleichzeitig abspringen?

b) Wie groß ist die Endgeschwindigkeit des Waggons, wenn eine nach der anderen abspringt?

c) Zeigen Sie, dass im Falle b) die Endgeschwindigkeit des Wagens größer ist als bei a).