3. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen in den Übungen der 4. Semesterwoche (07. November 2007)
Besprechung der Präsenzaufgabe in der 5. Semesterwoche (14. November 2007)

Aufgabe 11: (5 Punkte)

a) Wie in der Vorlesung gezeigt, transformiert sich das Levi-Civita-Symbol $\epsilon^{i_1 i_2 i_3}$ unter Drehungen $R \in SO(3)$ folgendermaßen:

$$\epsilon^{i_1 i_2 i_3} \to R^{i_1 j_1} R^{i_2 j_2} R^{i_3 j_3} \epsilon^{j_1 j_2 j_3}.$$

Zeigen Sie, dass das Ergebnis der Transformation total antisymmetrisch in den Indizes i_1, i_2, i_3 ist.

b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ und $\vec{d}$. Beweisen Sie:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{d}).$$

c) Beweisen Sie außerdem:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot [(\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})] = [\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})]^2.$$

Aufgabe 12: (5 Punkte)

Eine allgemeine Galilei–Transformation

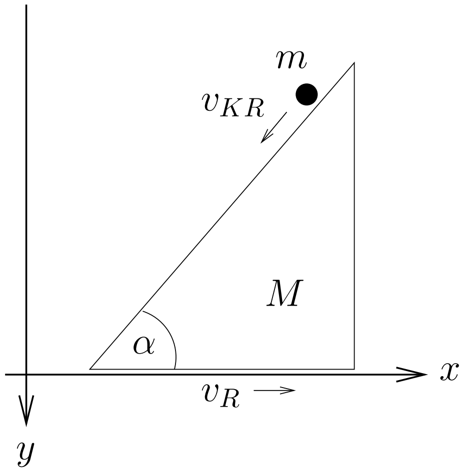
$$\tilde{x}^i = A^i{}_k x^k + v^i t + b^i \ , \quad \tilde{t} = t + c$$

mit $A^T = A^{-1}$ sei gegeben.

a) Zeigen Sie, dass die inverse Transformation ebenfalls eine Galilei–Transformation ist (also ebenfalls in dieser Form geschrieben werden kann).

b) Auch zwei hintereinander ausgeführte Galilei–Transformationen ergeben wieder eine Galilei–Transformation. Berechnen Sie die Parameter der zusammengesetzten Transformation.

c) Da die Galilei–Transformationen außerdem noch bezüglich ihrer Hintereinanderausführung assoziativ sind, bilden sie eine Gruppe, die Galileigruppe. Bestimmen Sie die Anzahl der Parameter, durch die die Galileigruppe beschrieben wird. Finden Sie (mindestens) drei nichttriviale Untergruppen der Galileigruppe.



Aufgabe 13: (5 Punkte)

Der kleine Konrad (der als Massenpunkt der Masse m betrachtet werden kann) rutscht beim Spielen auf dem zugefrorenen See reibungsfrei eine keilförmige Rutsche der Masse M mit dem Basiswinkel α herunter. Die Rutsche gleite reibungsfrei über das Eis, sei jedoch zunächst in Ruhe.

a) Seien $\vec{v}_K$ die Geschwindigkeit von Konrad und v_R die Geschwindigkeit der Rutsche in x-Richtung im ruhenden xy-Koordinatensystem. Seien weiterhin v_{KR} die Geschwindigkeit mit der Konrad an der Rutsche entlang rutscht (im Ruhesystem der Rutsche) und $|\vec{F}|$ die Kraft zwischen Konrad und der Rutsche. Finden Sie eine Differentialgleichung erster Ordnung für $v_R(t)$ in Abhängigkeit von m, M und α. (*Hinweis:* Stellen Sie dafür mittels Newtonscher Axiome und elementarer Geometrie genügend Gleichungen zusammen.)

b) Diskutieren Sie die beiden Grenzfälle $m \ll M$ und $m \gg M$.

Aufgabe 14 (Präsenzaufgabe):

Ein Mann kommt von einer Dienstreise nach Hause. Seine Frau bemerkt sofort, dass sein neuer Koffer zerkratzt ist. Er rechtfertigt sich mit einer haarsträubenden Geschichte: Am Flughafen sei, als sein Koffer bei der Gepäckausgabe auf dem Laufband gefahren kam, eine Katze von der Seite daraufgesprungen und habe beim "Bremsen" Kratzspuren hinterlassen. Seine Frau weist dies mit dem Argument zurück, dass die Kratzspuren ja in diesem Fall offensichtlich gekrümmt sein müssten, sie sind aber gerade.

Ist das Misstrauen der Ehefrau begründet? (Geben Sie ein überzeugendes qualitatives Argument.)