4. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen in den Übungen der 5. Semesterwoche (14. November 2007)

Aufgabe 15: (5 Punkte)

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\delta J = \delta \int_{x_1}^{x_2} f(y, y', y''; x)\, dx = 0.$$

Dabei ist $y' = dy/dx$ und $y'' = d^2y/dx^2$. Die Endpunkte sollen nicht mitvariiert werden, d.h. die Variationen sowohl von y als auch von y' sollen bei x_1 und x_2 verschwinden. Wie lautet die zugehörige Euler-Lagrange-Gleichung?

Aufgabe 16: (5 Punkte)

Bestimmen Sie die von der Coriolis-Kraft verursachte horizontale Ablenkung eines frei fallenden Teilchens im Gravitationsfeld der Erde.

(1) Vernachlässigen Sie zunächst die Kräfte aufgrund der beschleunigten Bewegung der Erde um die Sonne und aufgrund der Änderung der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation ($\dot{\boldsymbol{\omega}} \simeq 0$). Desweiteren falle das Teilchen aus einer solch geringen Höhe, dass die Erdbeschleunigung lokal als konstant angesehen werden kann (beachten Sie, dass die effektive Erdbeschleunigung die Zentrifugalkraft bereits beinhaltet). Zudem sei angenommen, dass der Fallversuch in Vakuumumgebung stattfindet.

(2) Betrachten Sie den Winkelgeschwindigkeitsbetrag ω der Erdrotation als kleinen Parameter und bestimmen Sie zunächst die horizontale Ablenkung in erster Ordnung in ω.

(3) Zeigen Sie, dass ein Teilchen, welches bei 45° nördlicher Breite aus 100 m Höhe fallengelassen wird, um 1.55 cm nach Osten abgelenkt wird.

(4) Zeigen Sie, dass zu zweiter Ordnung in ω eine kleine südliche Ablenkung (auf der Nordhalbkugel) auftritt, die am Pol und am Äquator verschwindet.

Aufgabe 17 (5 Punkte)

Der kleine Konrad steht auf einer mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Scheibe und schießt mit einem Bogen auf ein (ebenfalls auf der Scheibe) in einer Entfernung d stehendes Ziel. Um wieviel weicht sein mit der Geschwindigkeit v abgeschossener Pfeil vom Zentrum des Ziels ab, wenn er die Rotation der Scheibe nicht beachtet?

a) Konrad im Zentrum der Scheibe.

b) Ziel im Zentrum der Scheibe.

c) Konrad und Ziel jeweils in einer Entfernung d vom Zentrum.

Lösen Sie das Problem in jedem der drei Fälle sowohl in einem Inertialsystem als auch im Bezugssystem der Scheibe (mit der bekannten Formel für Scheinkräfte). Arbeiten Sie in linearer Näherung in ω und geben Sie an, welcher (dimensionslose!) Parameter viel kleiner als 1 sein muss, damit dies eine gute Näherung ist.