5. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I (Mechanik)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen der 7. Semesterwoche (21. November 2007)

Aufgabe 21: (5 Punkte)

Betrachten Sie ein Fadenpendel der Länge d, das in drei Raumrichtungen unter Einfluss der Schwerkraft frei schwingen kann. Die Masse des Pendelkörpers sei m, die des Fadens ist zu vernachlässigen.

a) Stellen Sie die Lagrangefunktion in Kugelkoordinaten (Abstand r vom Aufhängungspunkt, Polarwinkel ϕ und Azimutwinkel θ) auf.

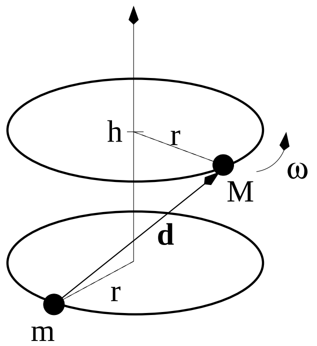
b) Ermitteln Sie die Symmetrien des Systems und die entsprechenden Erhaltungsgrößen.

c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. (Die Lösung der Bewegungsgleichungen ist nicht verlangt.)

Aufgabe 22: (5 Punkte)

Eine Punktmasse m kann sich reibungsfrei auf einem horizontalen Ring mit Radius r bewegen. Auf einem identischen horizontalen Ring, der sich oberhalb des ersten Ringes bei einer Höhendifferenz h befindet, bewege sich eine weitere Punktmasse M mit einer (durch einen äußeren Zwang fest vorgegebenen) konstanten Winkelgeschwindigkeit ω. Zwischen den beiden Massen wirke eine durch ein Potential $V(d)$ definierte konservative Kraft (d sei der Betrag des Abstandsvektors $\mathbf{d}$ der beiden Massen, $d = |\mathbf{d}|$).

Geben Sie die (explizit zeitabhängige!) Lagrange-Funktion für die erste Punktmasse m an; finden Sie eine Symmetrie und leiten Sie mittels Noether-Theorem die zugehörige Erhaltungsgröße ab. Zeigen Sie, dass diese der Energie im rotierenden Bezugssystem entspricht.



Aufgabe 23: (5 Punkte)

Ein homogenes Seil der Länge L liegt zur Hälfte auf einem Tisch, die andere Hälfte hängt über die Tischkante. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Seil losgelassen und beginnt reibungsfrei hinunterzurutschen. Die lineare Massendichte sei μ.

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion.

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und integrieren Sie diese.