

# Theoretische Mechanik

A. Hebecker  
ITP, Uni Heidelberg

Vorlesungsnotizen SS06

## Inhaltsverzeichnis

<b>Vorbemerkungen</b>	<b>1</b>
<b>1 Grundbegriffe der Newtonschen Mechanik</b>	<b>2</b>
1.1 Kinematische Grundbegriffe . . . . .	2
1.2 Dynamische Grundbegriffe . . . . .	3
1.3 Newtonsche Axiome . . . . .	4
1.4 Beschreibung der Bewegung durch Differentialgleichungen . . . . .	4
1.5 Freier Fall mit Reibung . . . . .	6
1.6 Elementarer Zugang zum starren Körper . . . . .	8
<b>2 Erhaltungssätze in der Newtonschen Mechanik</b>	<b>10</b>
2.1 Impulserhaltung . . . . .	10
2.2 Drehimpulserhaltung . . . . .	10
2.3 Konservative Kräfte, Energieerhaltung . . . . .	11
2.4 Eindimensionale Bewegung . . . . .	13
2.5 Energieerhaltung für Systeme von Massenpunkten . . . . .	14
2.6 Verallgemeinerungen des Stokes'schen Satzes . . . . .	15
<b>3 Symmetrien der Raum-Zeit</b>	<b>16</b>
3.1 Der euklidische Raum . . . . .	16
3.2 Orthogonale Transformation . . . . .	18
3.3 Tensoren . . . . .	19
3.4 Galilei-Transformationen . . . . .	21
3.5 Affiner Raum . . . . .	24
3.6 Invarianz der Dynamik . . . . .	25
<b>4 Scheinkräfte</b>	<b>27</b>
4.1 Beschleunigte (nichtrotierende) Bezugssysteme . . . . .	27
4.2 Kleine Drehungen . . . . .	28
4.3 Rotierende Koordinatensysteme . . . . .	30
<b>5 Lagrange-Formalismus</b>	<b>33</b>
5.1 Variationsrechnung . . . . .	33
5.2 Das Prinzip der kleinsten (extremalen) Wirkung . . . . .	36
5.3 Einfache Anwendungen der Lagrange-Gleichungen . . . . .	38
5.4 Vereinfachte Herleitung der Lagrangeschen Gleichungen . . . . .	40
5.5 Ausblick auf Quantenmechanik . . . . .	42

<b>6</b>	<b>Symmetrie und Erhaltungssätze</b>	<b>43</b>
6.1	Symmetrie-Motivation der Lagrange-Fkt. der klass. Mechanik	43
6.2	Energieerhaltung	44
6.3	Erhaltung des verallgemeinerten Impulses	45
6.4	Noether-Theorem	46
6.5	Eine anwendungsorientierte Formulierung des Noether-Theorems und einige Beispiele	48
6.6	Homogene Funktionen und der Satz von Euler	50
6.7	Mechanische Ähnlichkeit	51
6.8	Virialsatz	53
<b>7</b>	<b>Das Zentralkraftproblem</b>	<b>55</b>
7.1	Motivation	55
7.2	Bewegung im allgemeinen Zentralkraftpotential	56
7.3	Zwei-Körper-Problem	58
7.4	Kepler-Problem - qualitativ	59
7.5	Kepler-Problem - Bahnform	59.1
<b>8</b>	<b>Gravitation ausgedehnter Körper</b>	<b>60</b>
8.1	Potential einer Massenverteilung	60
8.2	Gravitationspotential einer Kugelschale	61
8.3	Gaußscher Satz für Gravitation	62
8.4	Feldgleichung für das Gravitationspotential	65
<b>9</b>	<b>Zerfalls- und Stoßprozesse</b>	<b>67</b>
9.1	Teilchenzerfall	67
9.2	Elastischer Stoß	70
9.3	Elastischer Stoß am ruhenden Target	71
9.4	Stoßparameter und Streuwinkel	73
9.5	Der Wirkungsquerschnitt	75
9.6	Rutherford-Streuung	78
<b>10</b>	<b>Trägheitsmoment &amp; Trägheitstensor</b>	<b>80</b>
10.1	Rotation um eine feste Achse	80
10.2	Satz von Steiner	81
10.3	Trägheitstensor	82
10.4	Das Trägheitsellipsoid	87
<b>11</b>	<b>Der Kreisel</b>	<b>91</b>
11.1	Eulersche Gleichungen	91
11.2	Freier Kreisel - geometrisch	92
11.3	Poinsot Konstruktion	94
11.4	Freier Kreisel - analytisch	95
11.5	Kreisel im Schwerfeld - vereinfacht	96
11.6	Eulersche Winkel	97
11.7	Symmetrischer Kreisel im Schwerfeld	98
<b>12</b>	<b>D'Alembertsches Prinzip und Lagrangesche Gleichungen 1. &amp; 2. Art</b>	<b>101</b>
12.1	Arten von Zwangsbedingungen	101
12.2	Prinzip der virtuellen Arbeit	102
12.3	D'Alembertsches Prinzip	104
12.4	D'Alembertsches Prinzip mit verallg. Koordinaten & Kräften	104
12.5	Lagrangesche Gleichungen 1. Art	106
12.6	Lagrangesche Gleichungen 2. Art	108

<b>13</b>	<b>Hamilton-Formalismus</b>	<b>110</b>
13.1	Die Legendre-Transformation . . . . .	110
13.2	Die Hamilton-Funktion . . . . .	114
13.3	Hamiltonsche Bewegungsgleichungen . . . . .	115
13.4	Konfigurationsraum & Phasenraum . . . . .	116
<b>14</b>	<b>Poisson-Klammer</b>	<b>118</b>
14.1	Definition der Poisson-Klammer . . . . .	118
14.2	Die Poisson-Klammer als Lie-Algebra-Operation . . . . .	119
14.3	Herleitung der Jacobi-Identität . . . . .	120
14.4	Poissonklammer & Vektorfelder . . . . .	122
14.5	Die Drehimpuls-Lie-Algebra der Hamilton-Mechanik . . . . .	123
14.6	Die Drehimpuls-Lie-Algebra als Lie-Algebra der $SO(3)$ . . . . .	124
14.7	Satz von Liouville . . . . .	126
<b>15</b>	<b>Kanonische Transformationen, Hamilton-Jacobi-Theorie</b>	<b>128</b>
15.1	Punkttransformationen und kanonische Transformationen . . . . .	128
15.2	Wirkungsprinzip der Hamilton-Mechanik . . . . .	130
15.3	Erzeugende Funktion(en) für die kanonischen Transformationen . . . . .	131
15.4	Infinitesimale kanonische Transformationen . . . . .	133
15.5	Hamilton-Jacobi-Theorie . . . . .	135
<b>16</b>	<b>Integrale &amp; nicht-integrale Systeme, Chaos</b>	<b>137</b>
16.1	Integrabilität . . . . .	137
16.2	Chaos . . . . .	141
<b>17</b>	<b>Schwingungen, Kontinua</b>	<b>144</b>
17.1	Kleine Schwingungen von Systemen mit einem Freiheitsgrad . . . . .	144
17.2	Kleine Schwingungen von Systemen mit mehreren Freiheitsgraden . . . . .	144
17.3	Lineare Kette, Kontinuumslices . . . . .	146
17.4	Schwingende Saite . . . . .	148
17.5	(Ideale) Hydrodynamik . . . . .	149
	<b>Nachwort</b>	<b>150</b>