

## 10. Gravitationskraft

Unser kulturelles Erbe ist voller Geschichten, in denen wichtige Stufen menschlicher Entwicklung erzählt und damit der kollektiven Erinnerung erhalten bleiben. Am Anfang der jüdisch-christlichen Überlieferung steht die Geschichte von der Frucht vom Baum der Erkenntnis, dessen Genuss den Menschen Gut und Böse unterscheiden lässt. Eine ähnliche Geschichte mit einem Apfel wird auch aus der Frühzeit der Physik berichtet und zwar von Isaac Newton: Als er sich im Garten seiner Mutter mit physikalischen Problemen beschäftigte, vermutlich u.a. mit den Arbeiten von Kepler und Galilei, kam ihm die Idee, dass die Schwerkraft, die einen Apfel von einem Baum auf den Boden fallen lässt, nicht nur das Geschehen auf der Erde bestimmt, sondern auch weit in den Weltraum hinaus wirkt und z.B. den Mond auf seiner Umlaufbahn hält. Das war ein revolutionärer Gedanke, denn er hob den Unterschied zwischen der Physik "im Himmel" und "auf der Erde" auf und eröffnete den Weg zu einem einheitlichen, physikalischen Weltverständnis.

### 10.1 Form der Gravitationskraft, Fernkräfte

In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit den Eigenschaften der Schwer- oder Gravitationskraft. Im täglichen Leben erfahren wir, dass Kräfte durch physischen Kontakt übertragen werden, z.B. ein Auto wird durch ein Seil abgeschleppt. Ohne Seil würde sich das Auto nicht bewegen. Aber ein Seil, das einen Apfel zur Erde hin zieht oder das den Mond auf seiner Bahn um die Erde hält, gibt es nicht. Es muss offenbar auch Möglichkeiten geben, Kräfte ohne unmittelbaren physischen Kontakt auszuüben. Das erkannte Newton bei seinen Überlegungen zur Schwerkraft. Er nannte dieses Phänomen eine "Fernkraft", ohne zu verstehen, was der Mechanismus einer solchen Kraft sein könnte. Er war Pragmatiker (manchmal muss man das in der Wissenschaft auch sein) und vertrat das Prinzip "Hypotheses non fingo". Er machte sich nicht daran, das fundamentale Problem der Natur der Kräfte zu lösen, sondern versuchte stattdessen, die Form der Schwerkraft aus Beobachtungen abzuleiten, d.h. die Abhängigkeit der Gravitationskraft  $F_G$  von  $r$ ,  $m$  und  $M$  zu finden. Dabei sind  $r$  der Abstand der beiden sich anziehenden Körper und  $m$  und  $M$  ihre Massen.

Newton lagen folgende wichtige Erkenntnisse vor: Die Keplerschen Gesetze, die sich auf die Bewegung der Himmelskörper beziehen, und die Fallgesetze, die Galilei durch Experimente auf der Erde gefunden hatte. Will man Newtons Gedankengang nachvollziehen, so kann man folgendermaßen vorgehen:

1. Aus der Alltagserfahrung wissen wir, dass die Schwerkraft mit der ein Körper von der Erde angezogen wird, proportional zu seiner Masse  $m$  ist:  $F_G \sim m$ .
2. Aus dem dritten Keplerschen Gesetz, das einen Zusammenhang zwischen der Umlaufzeit  $T$  eines Planeten und der großen Halbachse  $a$  seiner Bahn herstellt, leitet man  $F_G \sim 1/r^2$  ab, d.h. bei doppelter Entfernung nimmt die Anziehung auf ein Viertel ab.
3. Für die Kraft sind immer zwei Massen  $m$  und  $M$  nötig. Wer zieht wen an, die Erde den Mond oder der Mond die Erde? Newton fand eine sehr symmetrische Antwort: sie ziehen einander an, woraus folgt, dass die Abhängigkeit bezüglich der Massen

symmetrisch ist:  $F_G \sim m \cdot M$ . Unserer Alltagserfahrung würde solch eine Symmetrie widersprechen. Der Apfel zieht doch die Erde nicht an! Aber die Symmetrie ist trotzdem richtig!!

Damit ergibt sich das Gravitationsgesetz zu

$$F_G = G \cdot m \cdot M / r^2,$$

worin  $G$  eine der fundamentalen Naturkonstanten, die sog. Gravitationskonstante, ist. Die Größe der Gravitationskraft, die auf einen Körper der Masse  $m$  an der Erdoberfläche wirkt, ist seine Gewichtskraft:  $F_G = m \cdot g$ , worin  $g$  die Schwerebeschleunigung ist, die man relativ leicht experimentell bestimmen kann. Da sie vom Ort auf der Erdoberfläche abhängt, wird sie auch Ortsfaktor genannt.

**Versuch: Bestimmung von  $g$  mit einem Fadenpendel**

Für kleine Auslenkungen ist die Schwingungsdauer eines Fadenpendels nur von seiner Länge  $\ell$  und von der Schwerebeschleunigung  $g$  abhängig:  $T = 2\pi (\ell / g)^{0.5}$ . Mit Hilfe dieser Beziehung wurde  $g$  durch Messung der Pendellänge  $\ell$  und der Schwingungsdauer  $T$  bestimmt. Für  $\ell = 1$  m wurde  $T = 2$  s gemessen, woraus sich  $g = 9,87 \text{ m/s}^2$  ergab.

Für Körper an der Erdoberfläche geht das Gravitationsgesetz über in:

$$F_G = G \cdot m \cdot M_E / R_E^2 = m \cdot g \quad \rightarrow \quad G \cdot M_E / R_E^2 = g.$$

Hierin ist  $m$  die Masse des Körpers,  $M_E$  die Masse und  $R_E$  der Radius der Erde. Bei bekanntem  $g$  und  $R_E$  lässt sich somit nur das Produkt aus Gravitationskonstante und Erdmasse  $G \cdot M_E$  berechnen, nicht jedoch die Gravitationskonstante  $G$  alleine. Diese Konstante wurde erst über hundert Jahre später von Cavendish bestimmt.

**10.2 Bestimmung der Gravitationskonstante**

Das Problem bei der Bestimmung der Gravitationskonstanten  $G$  liegt darin, dass sie sehr klein ist. Ihre Messung geschieht bei bekannten bzw. leicht messbaren Massen und bekanntem Abstand durch eine Kraftmessung. Da der Wert von  $G$  ca.  $7 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$  beträgt, ergibt sich für 2 Massen von je 1 kg in einem Abstand von 1 m eine Anziehungskraft von  $7 \cdot 10^{-11} \text{ N}$ , eine wahrlich sehr kleine Kraft. Um größere Gravitationskräfte zwischen zwei Körpern zu erhalten, muss man ihre Massen vergrößern und den Abstand ihrer Massenmittelpunkte  $r$  verkleinern. Da die Körper aufgrund der Masse auch eine bestimmte Ausdehnung haben, kann  $r$  nicht beliebig

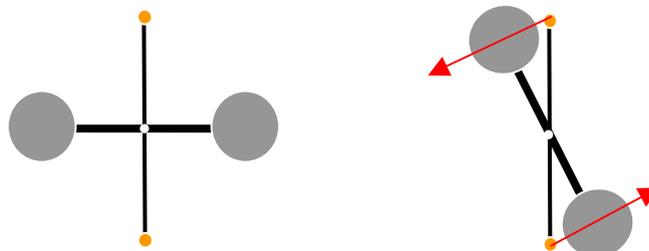


Abb. 10.1: Prinzip einer Gravitationsdrehwaage (von oben gesehen). Im linken Bild ist die Kraft auf die kleinen Kugeln gleich Null. Dreht man die großen Kugeln in die rechte Stellung, so werden die kleinen Kugeln angezogen. Aus ihrer einsetzenden Bewegung lässt sich die Größe der wirkenden Kraft und damit die Gravitationskonstante bestimmen

klein gemacht werden. Als Körper wählt man aus praktischen Gründen meist 4 Bleikugeln, zwei kleine, leicht bewegliche und zwei große. Die zwei kleinen Kugeln werden an einem dünnen Metalldraht so aufgehängt, dass sie sich um eine vertikale Achse drehen können. Verdrillt man den Draht, so tritt ähnlich wie bei der Verlängerung einer Feder eine rücktreibende Kraft auf, die eine gedämpfte Schwingung des Systems zur Folge hat. Um auch bei kleinen Kräften eine Verdrillung zu erhalten, muss der Draht relativ dünn sein. Aus diesem Grunde können die beiden aufgehängten Kugeln nicht zu schwer sein, Cavendish nahm zwei kleine Kugeln von ca. 750 g Masse. Bringt man nun die 2 großen Kugeln in die Nähe der beiden kleinen, so setzt eine Schwingung ein, die man mit Hilfe eines Lichtzeigers stark vergrößern kann. Aus der Dauer dieser Schwingung, den Massen der großen Kugeln, dem Abstand der Kugelpaare sowie weiterer geometrischer Parameter kann man die Gravitationskonstante bestimmen. Da ein solches Experiment sehr empfindlich ist, gelingt es nur, wenn das gesamte System, eine sog. Drehwaage, fest mit einer stabilen Wand verbunden ist.

Cavendish benutzte für dieses Experiment 2 große Bleikugeln von je ca. 160 kg Masse. Solche Kugeln haben einen Radius von etwa 15 cm, so dass als kleinster Abstand ca. 20 cm in Frage kam. Die dann zwischen je einer großen und einer kleinen Kugel wirkenden Gravitationskräfte haben einen Wert von  $2 \cdot 10^{-7}$  N, was der Gewichtskraft von 0,2 Milligramm Masse entspricht. Mit einer guten Analysenwaage kann man etwa



Abb. 10.2: Cavendish beobachtet die Bewegung der Drehwaage in seinem Laboratorium von außerhalb, um Luftbewegungen zu vermeiden. (Der Mauerdurchbruch ist künstlich eingefügt.)

auf 1 Milligramm genau wiegen, doch dazu muss man schon einen gewissen Aufwand treiben. Die Torsionsdrehwaagen sind für die Messung kleinster Kräfte geeigneter. Dennoch ist es erstaunlich, dass Cavendish schon vor über 200 Jahren für die Gravitationskonstante einen Wert gemessen hat, der nur um ein Prozent vom heutigen Literaturwert abweicht.

### 10.3 Gravitationsfeld als Veränderung der Raum-Zeit, Gravitationslinsen

Sonne und Erde ziehen einander an. Es gibt kein Seil, das die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne hält. Die Kraft, welche die Erde zur Sonne zieht, ist unsichtbar und wirkt an jeder Stelle, wohin die Erde kommt. Man beschreibt heute diesen Sachverhalt mit dem Begriff des Feldes. Dieser Begriff wurde erst 200 Jahre nach Newton von Faraday beim Studium der elektro-magnetischen Kräfte entwickelt. In diesem Zusammenhang

wurden elektrische und magnetische Felder bereits in der 4. Vorlesung diskutiert und veranschaulicht.

Die Gravitationskräfte werden durch Schwere- oder Gravitationsfelder verursacht. Die Sonne erzeugt z.B. an jedem Ort ihrer Umgebung ein "Schwerefeld"  $S_G(r)$ . In diesem Feld spürt die Erde die Kraft  $F_G = M_E \cdot S_G(r)$ , die sie zur Sonne hinzieht. Ein Feld ist also die Ursache für eine mögliche Kraft. Das Feld um die Sonne ist immer da, aber erst ein eingeführter (Probe-)Körper bewirkt, dass dieses Feld als Kraft wirksam wird. Da die Kraft genau an dem Punkt entsteht, wo die Masse das Feld spürt, spricht man auch von einer "Nahwirkung".

Auf die Frage nach der Natur des Gravitationsfeldes hat Einstein in seiner Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) die heute gültige Antwort gegeben. Das Gravitationsfeld einer Masse ist die Veränderung ("Krümmung") von Raum und Zeit in der Umgebung dieser Masse. Es führt nicht nur dazu, dass Probekörper an dieser Stelle eine Kraft proportional zu ihrer Masse  $m$  spüren, sondern bewirkt auch, dass sich dort Maßstäbe und Uhren verändern. Die ART sagt u.a. voraus, dass eine Uhr im ersten Stock eines Hauses schneller läuft als im Erdgeschoss, wo die Uhr der Erde näher ist und deshalb ein stärkeres Gravitationsfeld spürt. Gravitation bewirkt also eine fundamentale Veränderung von Raum und Zeit. Eine Konsequenz dieser Veränderung sind die Gravitationslinsen, die in den letzten Jahren häufig im Kosmos beobachtet wurden und jetzt u.a. dazu benutzt werden, Gravitationsfelder im All zu vermessen.

Ein massereiches kosmisches Objekt, z.B. eine Galaxie oder ein Galaxienhaufen, ist manchmal von einem mehr oder weniger vollkommenen Ring umgeben (siehe Abb. 10.3). Er verrät uns, dass sich dahinter ein anderes hell strahlendes kosmisches Objekt,

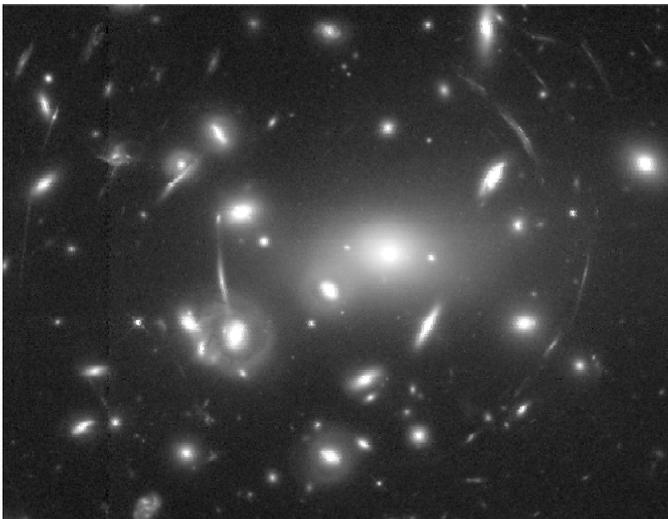


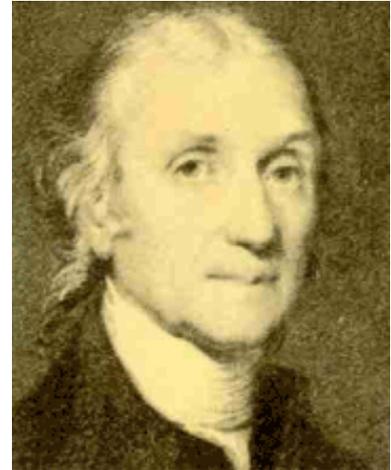
Abb. 10.3: Ringstrukturen erzeugt durch Gravitationslinsen

oft ein Quasar, befindet, das man aber nicht direkt sehen kann. Sein Licht wird nach der ART in dem Gravitationsfeld der davor liegenden Galaxien so „gebogen“, dass es uns als Beobachter erreicht. Dieses Phänomen ähnelt der Abbildung eines Gegenstandes durch eine Sammellinse. Allerdings unterscheiden sich die Strahlengänge in einer Glaslinse und einer Gravitationslinse wesentlich. Während es bei einer normalen Glaslinse z.B. in einer Kamera, darauf ankommt, dass das Objekt in seiner Form getreu abgebildet wird, besteht eine Gravitationslinse, insbesondere wenn sie von verschiedenen Objekten gebildet wird, fast nur aus "Linsenfehlern". Dabei kommt es vor, dass das Bild eines einzigen Punktes ein Ring ist oder aus mehreren Punkten besteht. Einen analogen Effekt erhält man in der Optik, wenn man eine punktförmige Lichtquelle von oben durch den Stiel eines Weinglases betrachtet.

Man studiert die "Bilder", die durch die Gravitationslinse entstehen, nicht, um etwas über das Objekt zu erfahren, sondern um etwas über die Verteilung der sichtbaren und dunklen Materie innerhalb der Gravitationslinse zu lernen.

#### 10.4 Biographie Henry Cavendish (1731 – 1810)

Cavendish wurde als Spross einer großen Familie in Nizza geboren. Seine Großväter waren Herzöge von Kent und Devonshire. Er besuchte die Universität Cambridge, machte jedoch – wie das zu jener Zeit bei Aristokraten üblich war – keinen Abschluss. Nach einer ausgedehnten Reise durch Europa lebte der junge Lord im Hause seines Vaters in London. Er galt als begabtester Wissenschaftler seiner Zeit, als außerordentlicher Experimentator und Physiker mit einer ungewöhnlichen exzentrischen Lebensweise. Er war krankhaft schüchtern, so dass ihm jeder zwischenmenschliche Kontakt tiefes Unbehagen bereitete. So mied er meist jegliche Gesellschaft, insbesondere die von Frauen. Mit seiner Haushälterin verkehrte er nur in schriftlicher Form.



Seine Kleidung war extravagant, seine Sprache verworren und kaum verständlich. Wenn man ihn bei einer wissenschaftlichen Gesellschaft traf und seine Meinung hören wollte, durfte man ihn nicht ansprechen oder auch nur ansehen. Das Beste war, sich in seiner Nähe aufzuhalten und quasi ins Leere zu reden. Waren die Äußerungen stichhaltig, so kam von Seiten Cavendishs eine gemurmelte Antwort, ansonsten war nur ein verärgertes Quieten zu hören.

Auf Grund seines Reichtums und seines Wunsches, möglichst einsam zu leben, verwandelte er sein Haus in ein großes Laboratorium. Er war sehr sparsam und finanzierte alle seine Experimente aus eigener Tasche. Dennoch hinterließ er bei seinem Tod ein riesiges Vermögen von 1.000.000 Pfund Sterling.

Er beschäftigte sich mit Elektrizität, Wärme, Gravitation, Gasen und allem, was mit der Zusammensetzung der Materie zu tun hatte. Dabei führte er teils nicht ungefährliche Experimente aus. So berichtet er selbst, dass er sich immer stärkeren elektrischen Schlägen aussetzte, bis er schließlich die Feder nicht mehr halten konnte und manchmal auch bewusstlos wurde.

Er wurde 1760 Mitglied der Royal Society und 1803 Mitglied des Französischen Instituts. Sein Ruhm gründete sich allerdings mehr auf seine Tätigkeit als Chemiker. Er war z.B. der erste, der Wasserstoff in reiner Form darstellte und mit Sauerstoff zu Wasser reagieren ließ. Seine physikalischen Ergebnisse hat er bis auf einen geringen Teil nicht veröffentlicht. Er war ein großer Geheimniskrämer und wollte in dieser Hinsicht anscheinend Newton noch übertreffen. So wurden viele seiner Leistungen erst 100 Jahre später durch Maxwell bekannt, als andere schon den Ruhm dafür eingestrichen hatten. So hatte Cavendish schon das Coulombsche Gesetz erkannt, über die Energieerhaltung nachgedacht, den Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke gefunden und Anhaltspunkte aufgezeigt, die zur Entdeckung der Edelgase führten.

Veröffentlicht hat er allerdings ein Experiment, mit dem er die Masse der Erde bestimmte, ohne sein Haus zu verlassen. Die Apparatur stammte von John Mitchell,

einem Landpfarrer aus Yorkshire, der die Dichte der Erde bestimmen wollte. Hierzu hatte er eine Apparatur gebaut, mit der die Anziehungskraft zwischen zwei schweren Kugeln gemessen werden sollte. Da ihm das Experiment nicht geglückt war, hinterließ er die Apparatur, eine Torsionsdrehwaage, die einer altmodischen Bodybuilding-Maschine ähnelte, Lord Cavendish. Der begann im Jahre 1797 das bekannte Experiment, das mit äußerster Präzision durchgeführt wurde und fast ein Jahr in Anspruch nahm. Am Ende hatte er die Gravitationskonstante  $G$  bzw. die mittlere Dichte der Erde so genau bestimmt, dass seine Werte nur um ca. 1 Prozent von den neuesten Messwerten abweichen.

Dass Maxwell die physikalischen Arbeiten Cavendishs herausgegeben hat, liegt wohl darin begründet, dass die Universität Cambridge im Jahre 1870 vom 7. Herzog von Devonshire eine außerordentlich großzügige Stiftung erhielt. Dieser Herzog war in direkter Linie mit Lord Cavendish verwandt und schenkte der Universität 6000 Pfund Sterling für den Bau eines Physiklabors, das 1874 fertiggestellt wurde. Es erhielt den Namen Cavendish-Laboratory und war gekoppelt an einen Lehrstuhl für Experimentalphysik, der mit 500 Pfund pro Jahr dotiert war. Der erste Cavendish-Professor war Maxwell, gefolgt von vielen bekannten Wissenschaftlern wie z.B. Lord Raleigh, J.J. Thomson, Ernest Rutherford usw..