

8. Physik des Golfspiels

- 8.1 Energie- und Impulssatz beim Abschlag
- 8.2 Freier Flug
- 8.3 Luftwiderstand
- 8.4 Auftrieb durch Drall
- 8.5 Biographie: Ludwig Prandtl

Ein Physiker, der selbst keinen Sport treibt, könnte eventuell etwas abschätzig behaupten, dass Sport nichts anderes als angewandte Physik sei. Es stimmt zwar, dass auch im Sport die physikalischen Gesetze nicht außer Kraft gesetzt werden können, doch durch sie allein kann die Schönheit des Sports nicht verstanden werden. Es sind die Fähigkeiten des menschlichen Körpers, die viele sportliche Disziplinen erst interessant machen. Durch die Geschicklichkeit, mit der ein Körper den von den physikalischen Gesetzen gegebenen Rahmen ausschöpft, wird der Sport oft zu einer Herausforderung und einer Quelle der Befriedigung, wenn man ein besonders gutes Ergebnis erreicht hat.

In dieser Vorlesung wollen wir die physikalischen Gesetze beim Ballspielen diskutieren und sie insbesondere auf das Golfspiel anwenden. Einige Bemerkungen zum Fußball und zum Tennis sollen das Thema abrunden.

8.1 Energie- und Impulssatz beim Abschlag

Die einfachsten Erhaltungssätze der Mechanik sind die Erhaltung des Impulses und der Energie. Sie reichen schon aus, um zu beschreiben, welche Geschwindigkeit ein ruhender Ball bei einem Schuss oder Schlag erhält. Wir wollen annehmen, dass ein ruhender Golfball mit der Masse m von einem Schläger der Masse M mit der Geschwindigkeit v_S getroffen wird. Nach dem Stoßkontakt fliegt der Ball mit der Geschwindigkeit v fort, und die Geschwindigkeit des Schlägers hat sich auf v_S^* reduziert.

$$\begin{aligned} \text{Impulssatz:} & \quad M \cdot v_S = M \cdot v_S^* + m \cdot v, \\ \text{Energiesatz:} & \quad \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_S^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_S^{*2} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2. \end{aligned}$$

Wenn man die uns hier nicht interessierende Endgeschwindigkeit v_S^* des Schlägers eliminiert, ergibt sich eine Relation zwischen der Anfangsgeschwindigkeit v des Schlägers und der Startgeschwindigkeit u des Balles:

$$v = 2 \cdot v_S / (1 + m/M).$$

Solange die Masse des Schlägers bzw. Schlägerkopfes nur größer als die des Balles ist, wird die Geschwindigkeit des Balles immer größer als die des Schlägers sein, im Grenzfall eines ganz kleinen Verhältnisses m/M gilt

$$v = 2 \cdot v_S,$$

d.h. die Startgeschwindigkeit des Balles kann höchstens doppelt so groß wie die Geschwindigkeit des Schlägers werden. Typische Werte für das Massenverhältnis m/M liegen zwischen $1/3$ und $1/4$.

Versuch: Abschlag eines Golfballs mit einer aufgehängten Kugel

Typische Werte für die Startgeschwindigkeiten des Balls sind
beim Golf $v = 40$ bis 60 m/s = 144 bis 216 km/h,
beim Tennis $v = 30$ bis 60 m/s = 108 bis 216 km/h,
beim Fußball $v = 35$ m/s = 126 km/h und
beim Handball $v = 25$ m/s = 90 km/h.

8.2 Freier Flug

Der mit der Geschwindigkeit v startende Ball fliegt durch die Luft, bis er in einer Entfernung L wieder auf den Boden trifft. Solange der Ball keinen Drall erhalten hat, wirken auf ihn während des Fluges zwei Kräfte, der Luftwiderstand und die Erdanziehung. Wir wollen zunächst den Luftwiderstand vernachlässigen. Wenn der Ball unter dem Winkel ϕ gegenüber der Horizontalen in die Luft geschossen wird, sind die Komponenten der Anfangsgeschwindigkeit v in horizontaler Richtung $v_x = v \cdot \cos\phi$ und in vertikaler Richtung $v_y = v \cdot \sin\phi$. Ohne Luftwiderstand sind ferner die Bewegungen in horizontaler und vertikaler Richtung voneinander unabhängig, so dass man für die Bewegungsgleichungen der horizontalen und vertikalen Ortskoordinate folgende Gleichungen erhält:

$$\begin{aligned}x(t) &= v_x \cdot t \\y(t) &= v_y \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2.\end{aligned}$$

Versuch: Unabhängigkeit von horizontaler und vertikaler Bewegung beim Wurf

Während die in x Richtung zurückgelegte Strecke linear mit der Zeit ansteigt, wirken in y Richtungen zwei Tendenzen gegeneinander, die gleichförmige Bewegung nach oben mit der Geschwindigkeit v_y und der freie Fall mit seiner charakteristischen quadratischen Zeitabhängigkeit nach unten. Da mit wachsender Zeit der nach unten gerichtete Term dominiert, trifft der Ball nach der Zeit T wieder auf dem Boden ($y(T) = 0$). Wir erhalten eine typische Wurfparabel (Bild) mit der Wurf- bzw. Schussweite L :

$$L = (v^2/g) \cdot \sin(2 \cdot \phi)$$

Bei gegebener Geschwindigkeit v ist die Weite L am größten, wenn der Abschusswinkel gerade $\phi = 45^\circ$ ist, ein auch bei der Artillerie wohlbekanntes Ergebnis. Die Strecke L wächst außerdem quadratisch mit der Anfangsgeschwindigkeit v . Für einen unter $\phi = 45^\circ$ mit der Geschwindigkeit $v = 50$ m/s abgeschlagenen Golfball findet man eine Weite $L = 250$ m.

Versuch mit einer Wurfmaschine mit variablem Winkel evtl. mit Wasserstrahl.

In der Realität des Golfspiels werden jedoch die Bälle, die besonders weit fliegen sollen, unter einem wesentlich kleineren Winkel, eher unter 20° abgeschlagen. Warum? Auch wenn Luftwiderstand und Auftrieb, die in den nächsten Abschnitten besprochen werden, die obigen einfachen Überlegungen zur Wurfparabel modifizieren, gibt es noch einen Grund, der in der Führung des Schlägers liegt. Im idealisierten Fall, wenn der Ball genau zwischen beiden Füßen liegt, hat der Kopf des Schlägers nur eine Horizontalgeschwindigkeit, die mit einem flachen Schläger zu einer Abschlagge-

schwindigkeit v_0 und einem Abschlagwinkel von 0° führen würde. Erst durch die Abschrägung (Loft) des Schlägers erhält der Ball einen endlichen Abschlagwinkel ϕ , der zu einer reduzierten Anfangsgeschwindigkeit $v_0 \cdot \cos\phi$ führt. Betrachtet man die Weite L als Funktion von v_0 , dann tritt ein zusätzlicher Faktor $\cos\phi^2$ auf, so dass die größte Länge bei gegebenem v_0 bei einem Winkel von ca. 25° erwartet wird.

8.3 Luftwiderstand

Sport wird nicht im Vakuum betrieben, sondern in Luft oder Wasser. In beiden Medien treten zusätzliche Kräfte auf, die Reibung und der Auftrieb. In diesem Abschnitt diskutieren wir die Reibung. Die Reibungskraft hängt ab von der Geschwindigkeit und Form des Balles oder Schwimmers und von der Zähigkeit und Dichte des Mediums, in dem sich der Körper bewegt. Bei den beim Sport vorkommenden Geschwindigkeiten gilt für die Reibungskraft F_R eine quadratische Abhängigkeit von der Geschwindigkeit

$$F_R = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

worin ρ die Dichte des Mediums, v die Geschwindigkeit des Körpers und A seine Querschnittsfläche sind. Der sog. c_w - oder Widerstandsbeiwert ist eine Zahl, die von der Form des Körpers, aber auch von seiner Oberflächenbeschaffenheit abhängt. Für eine glatte Kugel gilt $c_w = 0,45$ und für einen glatten Stromlinienkörper $c_w = 0,05$. Es ist hilfreich, die Stärke der Reibungskraft mit der Schwerkraft $F_G = m \cdot g$ zu vergleichen. Das Verhältnis $r = F_R/F_G$ nimmt für einen glatten Golfball mit der Geschwindigkeit $v = 60$ m/s und einer Masse von 45 g den Wert an $r = 3,2$ an. Es ist ganz deutlich, dass die Reibungskraft, jedenfalls am Anfang der Flugbahn eine ganz entscheidende Rolle spielt. Für die obigen Parameter findet man, dass nach etwa 2 s d.h. 100 m Flugstrecke die Geschwindigkeit des Balles auf die Hälfte abgebremst worden ist.

Wie lässt sich die Reibungskraft reduzieren? Um hierauf eine Antwort zu finden, muss man den Ursprung dieser Kraft verstehen. Die oben angegebene Form von F_R gilt, wenn die Geschwindigkeit des Balles relativ hoch ist. Dann strömt die Luft nicht mehr „laminar“, d.h. glatt um den Ball, sondern es entstehen an der Grenzschicht zwischen dem Ball und der Luft Wirbel. Wir haben es mit dem Phänomen der Turbulenz zu tun. Die Wirbel lösen sich ab und bilden hinter dem Ball eine „Wirbelstraße“ vom Durchmesser A des Balles. Die durch die Reibung vom Ball verlorene Bewegungsenergie tritt als Bewegungsenergie der aufgewirbelten Luft auf. Wenn man die Reibungsverluste verkleinern will, muss man die Masse der aufgewirbelten Luft verkleinern. Das kann man paradoxerweise dadurch erreichen, dass man die Oberfläche des Balles nicht glatt belässt, sondern aufraut. Wie das Bild zeigt, löst sich in diesem Fall die Wirbelstraße vom Ball nicht an der Stelle des größten Querschnitts auf, sondern erst später, wo der Querschnitt wieder kleiner geworden ist. Damit hat sich auch der Querschnitt der Wirbelstraße und die Masse der verwirbelten Luft verkleinert. Das Aufrauen der Oberfläche geschieht durch etwa 400 sog. Dimples, d.h. kleine meist kreisförmige Vertiefungen auf der Oberfläche des Balles. Auf diese Weise lässt sich der Widerstandsbeiwert c_w etwa um einen Faktor 2 verkleinern. Beim Tennis wird die Oberfläche des Balles durch die sog. Wolle aufgeraut.

8.4 Auftrieb durch Spin

Man sagt oft „ein Ball fliege“. Dabei meint man jedoch im Allgemeinen nicht, dass ein Ball wie ein Vogel durch eine Auftriebskraft in der Luft gehalten wird. Aber bei gewissen Ballspielen, wie Golf, Tennis und Fußball kann man den Ball beim Schlag oder Schuss zusätzlich in Rotation versetzen und damit einen Auftrieb geben. Beim Golfspielen gibt man mit geeignet geformten Schlägern dem Ball einen Rückwärtsdrall (Backspin). Der Ball rotiert dann um eine horizontale Achse, wobei der Rückwärtsdrall zu einer Auftriebskraft führt und den Ball weiter fliegen lässt. Beim Tennis spricht man davon, dass man einen Ball „anschneidet“. Dabei gibt man ihm entweder einen Top-Spin, der zur Vorwärtsrotation führt und den Ball schneller auf den Boden kommen lässt, oder einen Unterschnitt (Slice), der dem Ball eine größere Flugweite verleiht.

Die Kräfte, die durch die Rotation des Balles hervorgerufen werden, sind die gleichen, die ein Flugzeug in der Luft halten: Versetzen wir uns dazu in das System, in dem der Schwerpunkt des Balles ruht. Dann wird der Ball von der mit der Geschwindigkeit v entgegengerichteten Luft umströmt. Bei einem Rückwärtsdrall bewegt sich die Balloberfläche auf der Oberseite mit der Geschwindigkeit u in Richtung der Luftströmung, so dass die die Relativgeschwindigkeit $v+u$ beträgt, während auf der Unterseite die Luft relativ zur Balloberfläche mit der Geschwindigkeit $v-u$ strömt. Es entsteht eine Druckdifferenz zwischen Oberseite und Unterseite, die sich nach dem Bernoullischen Gesetz zu $\Delta p = \frac{1}{2} \rho \cdot ((v+u)^2 - (v-u)^2) = 2 \cdot \rho \cdot u \cdot v$ errechnet, wobei ρ die Dichte der Luft ist. Hieraus ergibt sich die Auftriebskraft F_A , die auf den Ball mit dem Querschnitt A wirkt zu

$$F_A = \rho \cdot u \cdot v \cdot A.$$

Nach seinem Entdecker Gustav Magnus (1802 -1870) wird dieser Effekt auch Magnus-Effekt genannt. Wenn man annimmt, dass sich der Ball mit einem Spin von 50 Umdrehungen pro Sekunde dreht, dann erhält man $u = 6,7$ m/s. Mit $v = 60$ m/s ergibt sich für das Verhältnis von Auftriebskraft zu Schwerkraft ein Wert von $F_A/F_G = 1,5$, d.h. die Auftriebskraft ist größer als die Schwerkraft, der Ball fliegt (und jetzt im eigentlichen Sinne des Wortes) nach oben. Natürlich werden durch die Reibungskräfte die Bahngeschwindigkeit v und die durch den Spin hervorgerufene Geschwindigkeit u mit der Zeit abnehmen, so dass letztendlich die Schwerkraft überwiegt, und der Ball auf dem Boden ankommt, wobei er aber eine wesentlich größere Entfernung zurückgelegt hat als ohne Spin. Von besonderer Bedeutung sind solche Schläge am Anfang von langen Bahnen, bei denen man große Distanzen zurücklegen muss, um mit möglichst wenigen Schlägen in die Nähe des Lochs zu kommen. Infolge der Dimplestruktur wird nicht nur der Luftwiderstand verkleinert, sondern auch die Auftriebskraft vergrößert, so dass die Schlagweite sich bis zu einem Faktor 4 vergrößern kann.

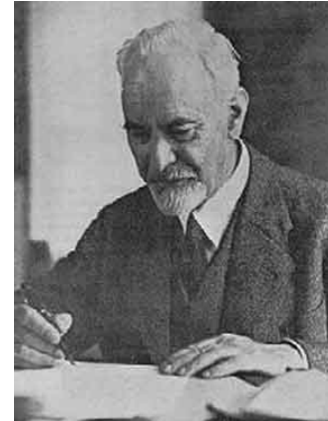
Beim Tennis versetzt man die Bälle in Rotation, um dem Ball eine nicht-ballistische Bahnkurve zu geben, die den Gegner verwirren soll. Beim Fußball spricht man von der Bananenflanke, wenn ein Ball nicht zentral getreten (angeschnitten) wird, so dass er um eine vertikale Achse rotiert. Wegen des Magnuseffekts fliegt er dann nicht geradeaus, sondern wird seitlich abgelenkt, so dass er die gegnerische Deckung umfliegen kann. Die so gekrümmte Bahn gleicht in etwa der Form einer Banane.

Versuch: Magnus-Effekt mit rotierendem (Super)-Ball in Wasser

12.5 Biographie Ludwig Prandtl (1875 - 1953)

Ludwig Prandtl war ein Zeitgenosse von Albert Einstein (1879 – 1955). Geboren wurde er in Freising in der Nähe von München als Sohn eines Professors der Ingenieurwissenschaften. Da seine Mutter an einer langwierigen Krankheit litt, verbrachte der Junge viel Zeit mit seinem Vater, der ihn ermunterte, die Natur zu beobachten und über seine Beobachtungen nachzudenken.

1894 begann Prandtl sein Studium der Maschinentechnik an der Technischen Hochschule in München, wo er nach seiner Graduierung Assistent des bekannten Mechanik-Professors August Föppl wurde. Bald darauf promovierte er mit einer Dissertation aus dem Gebiet der Mechanik fester Körper zum Doktor der Philosophie. Danach arbeitete er als Ingenieur bei der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg (MAN) an der Entwicklung von Fabrikanlagen. Als er sich mit einer Absauganlage beschäftigte, kam er erstmals mit dem Gebiet der Flüssigkeitsmechanik und Strömungstechnik in Berührung. Nach einigen Versuchen präsentierte er ein neues Modell, das gut funktionierte und weniger Leistung benötigte als die Vorgänger.



Im Jahre 1901 wurde er Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule in Hannover. Hier entwickelte er viele seiner bedeutenden Theorien. 1904 veröffentlichte er dann eine fundamentale Arbeit über "Flüssigkeitsströmung bei kleiner Reibung", in der er die Grenzschicht einführte und ihre Bedeutung für den Widerstand und die Stromlinien beschrieb.

Auf Grund dieser Arbeit wurde Prandtl noch im gleichen Jahr Direktor des Instituts für Technische Physik und außerordentlicher Professor an der Universität Göttingen. In den nächsten Jahrzehnten entwickelte er dieses Institut zu einer Topadresse der Aerodynamik, deren ausgezeichneter Ruf in der Welt bis zum Ende des 2. Weltkrieg erhalten blieb. Schon bald erforschte er die Überschallströmung und die dabei entstehenden Stoßwellen. Ferner baute er den ersten Strömungskanal in Deutschland. Im Jahre 1907 wurde Ludwig Prandtl dann ordentlicher Professor für angewandte Mechanik und zwei Jahre später auch Leiter der Aerodynamischen Versuchsanstalt (AVA) in Göttingen. Nachdem er in den nächsten Jahren turbulente Strömungen untersucht und die Prandtl-Zahl als Kenngröße eingeführt hatte, entwickelte er nach dem 1. Weltkrieg eine Tragflügeltheorie, die den Flugzeugbau entscheidend beeinflusste. Auf Grund dieser Arbeiten waren Flugzeugbauer zum ersten Mal in der Lage, ihre Modelle theoretisch zu untersuchen, bevor sie gebaut wurden.

Als Prandtl 1920 einen Ruf an die Technische Hochschule in München erhielt und nahe daran war, ihn anzunehmen, reagierte die Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft und richtete für ihn ein Kaiser-Wilhelm-Institut (KWI) für Strömungsforschung in Göttingen ein. Damit wurde dieser Forschungszweig aus der Universität ausgegliedert und ab 1925 im neu gegründeten Institut, dem heutigen Max Planck Institut für Dynamik und Selbstorganisation, weitergeführt. Das neue KWI wurde unmittelbar neben der AVA errichtet und sollte mit ihm zu einer Einheit werden, in der die Grundlagen der Strömungsphänomene untersucht werden sollten. Prandtl wurde der erste Direktor dieses Instituts und blieb es bis zu seiner Emeritierung. Schon bald untersuchte er die Kompressibilität bei Geschwindigkeiten in der Nähe der Schallgeschwindigkeit, was im 2. Weltkrieg sehr

bedeutsam wurde, als die Flugzeuge nahe an die Überschallgrenze herankamen. Außerdem beschäftigte er sich mit der Meteorologie sowie anderen Themen der Mechanik. Ludwig Prandtl war einer der Mitgründer von zwei angesehenen wissenschaftlichen Organisationen: Er war im Jahre 1912 Gründungsmitglied der "Wissenschaftlichen Gesellschaft für Luftfahrt" und rief 1922 zusammen mit von Mises die "Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik" ins Leben, deren Präsident er zum Jahre 1945 war.

In der Zeit des Dritten Reiches ist Prandtls Haltung gegenüber dem Naziregime nicht eindeutig. So engagierte er sich nicht für die von der Entlassung betroffenen jüdischen Kollegen und beteiligte sich sogar an einigen Propaganda-Projekten, wohl in dem Glauben, dadurch Deutschlands Verbleiben in der internationalen Wissenschaftler-Gemeinschaft retten zu können. Außerdem arbeitete er bis zum Ende des 2. Weltkrieges eng mit dem von Hermann Göring geleiteten Reichsluftfahrt Ministerium zusammen. Andererseits nutzte er im Jahre 1937 seine Beziehungen aus und trat bei Himmler persönlich für den damals von den Vertretern der sog. arischen Physik stark verunglimpften Werner Heisenberg und die bedeutende Rolle der Theoretischen Physik ein. Durch diese Verteidigung Prandtls wurde Heisenberg - zumindest teilweise - rehabilitiert, auch wenn seine Berufung auf den für ihn vorgesehenen Sommerfeldschen Lehrstuhl für Theoretische Physik an der Universität München vom Reichsdozentenführer abgelehnt wurde.

Dass Prandtls Einstellung durch eine gewisse Naivität gekennzeichnet war, ergibt sich aus einer Erzählung seiner Tochter, die folgendes berichtet: Als ihr Vater 1943 von einer guten Bekannten erfuhr, dass im Osten jüdische Menschen zusammengeholt und umgebracht würden, hielt er das für einen unglaublichen Unsinn. Es sei ein ähnliches Märchen wie das von den Franzosen während des 1. Weltkrieges verbreitete, wonach Deutsche in Belgien Greuelthaten an Frauen und Kindern verübet hätten.

Ein Mitarbeiter Prandtls berichtete von einer anderen Begebenheit, die die angesprochene Naivität unterstreicht: Als Prandtl im Alter von 34 Jahren beschloss, dass es Zeit zum Heiraten sei, ging er zu seinem alten Professor August Föppl und bat ihn um die Hand seiner Tochter. Doch Föppl hatte zwei Töchter, und Prandtl hatte nicht gesagt, welche Tochter es sein sollte. Also besprach sich der Professor kurz mit seiner Frau und die beiden beschlossen, dass es wohl die ältere sein müsste. Das war eine weise Entscheidung, denn die Ehe war dauerhaft und glücklich. Selbst wenn diese Geschichte nicht der Wahrheit entsprechen sollte und von Prandtls Tochter zurückgewiesen wurde, so ist sie doch gut erfunden.

Im Jahre 1946 trat Ludwig Prandtl als Direktor des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Strömungsforschung zurück. Im darauffolgenden Jahr wurde er emeritiert, doch er arbeitete in Göttingen weiter, bis er 1953 im Alter von 78 Jahren starb. Im Laufe seines Lebens wurden ihm viele Auszeichnungen und Ehrungen zuteil. Er erhielt von mehreren Technischen Hochschulen und Universitäten (u.a. von Cambridge) die Ehrendoktorwürde verliehen und war Mitglied bzw. Ehrenmitglied vieler wissenschaftlicher Gesellschaften, u.a. der Preußischen Akademie der Wissenschaften und der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina.

Ludwig Prandtl hat mit seinen Arbeiten zur angewandten Mechanik sowie der Hydro- und Aerodynamik die Entwicklung auf diesen Gebieten zu seiner Zeit entscheidend beeinflusst, und seine Arbeiten zur Dynamik der Fluide werden auch heute noch auf etlichen Gebieten der Aerodynamik benutzt. So ist es nicht verwunderlich, dass Prandtl

oft als Vater der modernen Aerodynamik bezeichnet wird und dass ein Krater auf der Rückseite des Mondes seinen Namen trägt.

Quellen:

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Prandtl
2. <http://mechanima.upb.de/Geschichte/1875%20-%20Prandtl/>
3. Johanna Vogel-Prandtl: Ludwig Prandtl – Ein Lebensbild, Erinnerungen, Dokumente, Göttinger Klassiker der Strömungsmechanik Bd. 1, Universitätsverlag Göttingen (steht im Internet als Datei zur Verfügung)

<http://www.golfbaelle.de/PhysikimGolfsport-Aerodynamik.html>