



STRUCTURES
CLUSTER OF
EXCELLENCE



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

Recherche

Institut Camille Jordan, Lyon 1

Carlos I. PEREZ SANCHEZ

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

www.thphys.uni-heidelberg.de/~perez/carlos.html

perez@thphys.uni-heidelberg.de



Basé sur :

[CP 2024] · [CP 2022a] · [CP 2021] · [CP 2022b] · [CP 2018] · [CP 2020]

ERC & DFG-STRUCTURES Excellence Cluster



sur ce lien ci-dessus,
les six oeuvres

Deux thèmes principaux

Partie I : Théories de jauge (Yang-Mills–Higgs) sur un graphe et géométrie non-commutative

[CP 2024, arXiv:2401.03705]

Partie II : Tenseurs aléatoires colorés, équations de Dyson-Schwinger

[CP 2018 *Commun. Math. Phys.*]

[CP 2021 *Math. Phys. Anal. Geom.*]

PARTIE I : Le formalisme spectral en géométrie non-commutative

- $\{ C^*\text{-algèbres } \textcolor{red}{\text{commutatives}} \} \simeq \ll \text{espaces topologiques non-commutatifs (nc)} \gg$
- la *Loi de Weyl* motive la [question de Kac](#) . La réponse [[Gordon, Webb, Wolpert, *Invent. Math.* '92](#)]

$$\exists \Omega_1 = \text{img1}, \Omega_2 = \text{img2} \text{ i.e. } (\Omega_1 \not\cong \Omega_2) \text{ et } \sigma(\Omega_1) = \sigma(\Omega_2)$$

PARTIE I : Le formalisme spectral en géométrie non-commutative

- $\{ C^*\text{-algèbres } \textcolor{red}{\text{commutatives}} \} \simeq \ll \text{espaces topologiques non-commutatifs (nc)} \gg$
- la *Loi de Weyl* motive la [question de Kac](#) . La réponse [[Gordon, Webb, Wolpert, *Invent. Math.* '92](#)]

$$\exists \Omega_1 = \text{img1}, \Omega_2 = \text{img2} \text{ i.e. } (\Omega_1 \not\cong \Omega_2) \text{ et } \sigma(\Omega_1) = \sigma(\Omega_2)$$

- Un *triplet spectral* $(\textcolor{green}{A}, H, \textcolor{blue}{D})$ se compose d'une algèbre- $*$ $A \curvearrowright H$ (où H est un espace de Hilbert) ; un opérateur auto-adjoint $D : H \rightarrow H$ (+ cond. pertinentes en dim. infinie). En fait, si A est commutative, le triplet (avec l'axiomatique précis) provient toujours d'une variété M de spin, $(C^\infty(M), L^2(M, \mathbb{S}), D_M)$ [[Connes, *JNCG* 2013](#)]

Géométrie non-commutative sur carquois

- un carquois Q est un graphe orienté comme



- étant donnée une catégorie quelconque $\mathcal{C}$, une représentation de Q sur elle est un foncteur $Q \rightarrow \mathcal{C}$. Leur totalité forme une catégorie, encore :

$$\text{Rep}_{\mathcal{C}}(Q) = \mathcal{C}^Q$$

Géométrie non-commutative sur carquois

- un carquois Q est un graphe orienté comme



- étant donnée une catégorie quelconque $\mathcal{C}$, une représentation de Q sur elle est un foncteur $Q \rightarrow \mathcal{C}$. Leur totalité forme une catégorie, encore :

$$\text{Rep}_{\mathcal{C}}(Q) = \mathcal{C}^Q$$

- orienté par théories de jauge, je remplace la catégorie cible d'habitude, $\text{Vect}_{\mathbb{C}}$, par celle des triplets presque spectraux, $p\mathcal{S}$, (de dimension finie)

$$X = (A \xrightarrow{\lambda} H), \text{ où } \lambda \text{ est fidèle, } 1 \in A,$$

dont les morphismes $(\phi, L) : X \rightarrow X'$ sont

$\phi : A \rightarrow A'$ morphism- $*$ unitaire

$$L \in \mathcal{U}(H, H') \text{ avec } \lambda'[\phi(a)] = L\lambda(a)L^* \quad \forall a \in A$$

(considérées équivalentes lorsque $\text{Ad}_{L_1} \circ \lambda = \text{Ad}_{L_2} \circ \lambda$)

Géométrie non-commutative sur carquois

- un carquois Q est un graphe orienté comme



- étant donnée une catégorie quelconque $\mathcal{C}$, une représentation de Q sur elle est un foncteur $Q \rightarrow \mathcal{C}$. Leur totalité forme une catégorie, encore :

$$\text{Rep}_{\mathcal{C}}(Q) = \mathcal{C}^Q$$

- orienté par théories de jauge, je remplace la catégorie cible d'habitude, $\text{Vect}_{\mathbb{C}}$, par celle des triplets presque spectraux, $p\mathcal{S}$, (de dimension finie)

$$X = (A \xrightarrow{\lambda} H), \text{ où } \lambda \text{ est fidèle, } 1 \in A,$$

dont les morphismes $(\phi, L) : X \rightarrow X'$ sont

$\phi : A \rightarrow A'$ morphism- * unitaire

$$L \in \mathcal{U}(H, H') \text{ avec } \lambda'[\phi(a)] = L\lambda(a)L^* \quad \forall a \in A$$

(considérées équivalentes lorsque $\text{Ad}_{L_1} \circ \lambda = \text{Ad}_{L_2} \circ \lambda$)

- l'élément typique de $\text{Rep}_{p\mathcal{S}}(Q)$:

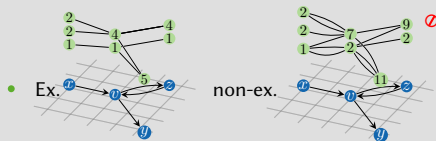
$$\{(A_v, H_v)_v, (\phi_e, L_e)\}_{v \in Q_0, e \in Q_1}$$

THÉORÈME I :

[CP '24]

$$\text{Rep}_{p\mathcal{S}}(Q) = \coprod_{\substack{\text{réseaux} \\ \text{de Bratteli} \\ (\mathbf{n}, \mathbf{r})}} \left\{ \prod_{e \in Q_1} \text{PU}(\mathbf{n}_{t(e)}) \right\}$$

Ici $\mathbf{n}, \mathbf{r} : Q_0 \rightarrow \mathbb{N}^{\infty}$ (avec un nombre fini d'entrées positives) et $\text{PU}(\mathbf{n}) = \prod_i \text{PU}(n_i)$ est le produit des groupes projectifs unitaires.



L'action spectrale $\mathrm{Tr}_H f(D/\Lambda)$ sur carquois

- fourni avec une representation- $p\mathcal{S}$ de Q ,
 $\{(A_v, H_v)_v, (\phi_e, L_e)\}_{v \in Q_0, e \in Q_1} \in \mathrm{Rep}_{p\mathcal{S}}(Q)$,
on obtient un triplet spectral honnête :

$$\left(\bigoplus_{v \in Q_0} A_v, \bigoplus_{v \in Q_0} H_v, D_Q(L) \right)$$

dont l'opérateur de Dirac a coefficients :

$$[D_Q(L)]_{v,w} = \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=v \\ t(e)=w}} L_e + \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=w \\ t(e)=v}} L_e^* \quad (v, w \in Q_0)$$

- Exemple : Si $\varphi_v := L_e + L_e^* = \varphi_v^*$ quand $t(e) = v = s(e) \in Q_0$,

$$D_{\begin{array}{c} \bullet \\ \circlearrowleft \end{array}} \rightarrow \bullet (L) = \begin{pmatrix} \varphi & L \\ L^* & 0 \end{pmatrix}$$

L'action spectrale $\text{Tr}_H f(D/\Lambda)$ sur carquois

- fourni avec une representation- $p\mathcal{S}$ de Q ,
 $\{(A_v, H_v)_v, (\phi_e, L_e)\}_{v \in Q_0, e \in Q_1} \in \text{Rep}_{p\mathcal{S}}(Q)$,
on obtient un triplet spectral honnête :

$$\left(\bigoplus_{v \in Q_0} A_v, \bigoplus_{v \in Q_0} H_v, D_Q(L) \right)$$

dont l'opérateur de Dirac a coefficients :

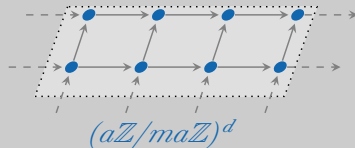
$$[D_Q(L)]_{v,w} = \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=v \\ t(e)=w}} L_e + \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=w \\ t(e)=v}} L_e^* \quad (v, w \in Q_0)$$

- Exemple : Si $\varphi_v := L_e + L_e^* = \varphi_v^*$ quand $t(e) = v = s(e) \in Q_0$,

$$D_{\text{carré}}(L) = \begin{pmatrix} \varphi & L \\ L^* & 0 \end{pmatrix}$$

$\text{Tr} f(D/\Lambda)$; cas algèbres simples $A_v = M_N(\mathbb{C})$ et $H_v = \mathbb{C}^N$ pour un $v \in Q_0$ (alors pour chaque nœud)

Étant donné un polynôme f avec coefficients réels $f_0, f_1, \dots$, et une $p\mathcal{S}$ -representation de



$\text{Tr} f(D/\Lambda)$ contient le terme de Wilson :

$$f_4 \sum_{v \in \mathbb{Z}_m^d} \sum_{\text{plaquettes } \square} \text{Tr}_v [\text{hol}_L(\square)]$$

rappel : $\text{hol}_L(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \bar{\mathbf{e}}_1 \bar{\mathbf{e}}_2) = \text{Tr}(L_1 L_2 L_1^* L_2^*)$

L'action spectrale $\text{Tr}_H f(D/\Lambda)$ sur carquois

- fourni avec une representation- $p\mathcal{S}$ de Q ,
 $\{(A_v, H_v)_v, (\phi_e, L_e)\}_{v \in Q_0, e \in Q_1} \in \text{Rep}_{p\mathcal{S}}(Q)$,
on obtient un triplet spectral honnête :

$$\left(\bigoplus_{v \in Q_0} A_v, \bigoplus_{v \in Q_0} H_v, D_Q(L) \right)$$

dont l'opérateur de Dirac a coefficients :

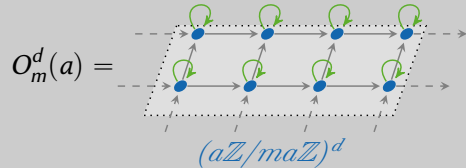
$$[D_Q(L)]_{v,w} = \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=v \\ t(e)=w}} L_e + \sum_{\substack{e \in Q_1 \\ s(e)=w \\ t(e)=v}} L_e^* \quad (v, w \in Q_0)$$

- Exemple : Si $\varphi_v := L_e + L_e^* = \varphi_v^*$ quand $t(e) = v = s(e) \in Q_0$,

$$D_{\text{carré}}(L) = \begin{pmatrix} \varphi & L \\ L^* & 0 \end{pmatrix}$$

$\text{Tr} f(D/\Lambda)$; cas algèbres simples $A_v = M_N(\mathbb{C})$ et $H_v = \mathbb{C}^N$ pour un $v \in Q_0$ (alors pour chaque nœud)

Étant donné un polynôme f avec coefficients réels $f_0, f_1, \dots$, et une $p\mathcal{S}$ -representation de



$\text{Tr} f(D/\Lambda)$ contient le terme de Wilson :

$$f_4 \sum_{v \in \mathbb{Z}_m^d} \sum_{\text{plaquettes } \square} \text{Tr}_v [\text{hol}_L(\square)]$$

+ polyn. nc en $\{\varphi_v, L_e\}_{v \in Q_0, e \in Q_1}$

rappel : $\text{hol}_L(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \bar{\mathbf{e}}_1 \bar{\mathbf{e}}_2) = \text{Tr}(L_1 L_2 L_1^* L_2^*)$

THÉORÈME II : L'action spectrale sur le carquois $O_m^d(a)$; maille du réseau a vers zéro

$$\mathrm{Tr} f(D/\Lambda) = \Lambda^d N [f_0 + 2d \cdot f_2 + (10d^2 - 4d)f_4] \mathrm{vol}(\mathbb{T}^d) \quad \ll \text{const. cosmologique} \gg \text{ (dans le futur)}$$

$$- 2\Lambda^{d-4} f_4 \int_{\mathbb{T}^d} \sum_{i,j=1}^d \mathrm{Tr}_N(F_{ij}^2) d^d x \quad \text{PU}(N)\text{-Yang-Mills}$$

$$- \int_{\mathbb{T}^d} \mathrm{Tr}_N \left\{ \Lambda^{d-4} f_4 \sum_{j=1}^d |D_j h|^2 - \Lambda^{d-2} (f_2 + 10d \cdot f_4) h^2 - \Lambda^{d-4} f_4 h^4 \right\} d^d x,$$

Higgs-jauge potentiel quadratique-quartique du Higgs

où $N = \dim H_v$ ($v \in Q_0$), $|D_j h|^2 := (D_j h)^*(D_j h)$; h, A_j sont $M_N(\mathbb{C})$ -valués sur le tore et

$$D_j h := \partial_j h + [iA_j, h] \quad \text{et} \quad F_{ij} := \partial_i A_j - \partial_j A_i + i[A_i, A_j] \quad i, j = 1, \dots, d.$$

THÉORÈME II : L'action spectrale sur le carquois $O_m^d(a)$; maille du réseau a vers zéro

$$\mathrm{Tr} f(D/\Lambda) = \Lambda^d N [f_0 + 2d \cdot f_2 + (10d^2 - 4d)f_4] \mathrm{vol}(\mathbb{T}^d) \quad \ll \text{const. cosmologique} \gg \text{ (dans le futur)}$$

$$- 2\Lambda^{d-4} f_4 \int_{\mathbb{T}^d} \sum_{i,j=1}^d \mathrm{Tr}_N(F_{ij}^2) d^d x \quad \text{PU}(N)\text{-Yang-Mills}$$

$$- \int_{\mathbb{T}^d} \mathrm{Tr}_N \left\{ \underbrace{\Lambda^{d-4} f_4 \sum_{j=1}^d |D_j h|^2}_{\text{Higgs-jauge}} - \underbrace{\Lambda^{d-2} (f_2 + 10d \cdot f_4) h^2 - \Lambda^{d-4} f_4 h^4}_{\text{potentiel quadratique-quartique du Higgs}} \right\} d^d x,$$

où $N = \dim H_v$ ($v \in Q_0$), $|D_j h|^2 := (D_j h)^*(D_j h)$; h, A_j sont $M_N(\mathbb{C})$ -valués sur le tore et

$$D_j h := \partial_j h + [iA_j, h] \quad \text{et} \quad F_{ij} := \partial_i A_j - \partial_j A_i + i[A_i, A_j] \quad i, j = 1, \dots, d.$$

En plus, $\mathrm{Tr} D^6$ génère les holonomies des théories de jauge améliorées à la Symanzik :

$$\begin{aligned} \mathrm{hol}_L(\square, v; i, j) &:= \mathrm{Tr}_v(L_i L_i L_j L_{-i} L_{-i} L_{-j}), & \mathrm{hol}_L(\boxdot, v; j, i, l) &:= \mathrm{Tr}_v(L_j L_i L_{-j} L_l L_{-i} L_{-l}), \\ \mathrm{hol}_L(\boxplus, v; i, j) &:= \mathrm{Tr}_v(L_i L_j L_j L_{-i} L_{-j} L_{-j}), & \mathrm{hol}_L(\boxtimes, v; i, j, l) &:= \mathrm{Tr}_v(L_i L_j L_l L_{-i} L_{-j} L_{-l}). \end{aligned}$$

PROJETS I-II : credits to cowsay

```
( I think I'll keep this information for )  
( myself [and the attendees] )
```

o

o

```
      .-.-.  
      |o_o|  
      |: / |  
  //  |  \ \  
  (|  |  | )  
  /' \  \ \  
  \___/  =  \___/
```

PARTIE II : Tenseurs aléatoires colorés

- $Z_{\text{vect}} = \int_{\mathbb{C}^N} e^{-S(\phi)} d\phi$, ou S est un $U(N)$ -invariant ; gen. par $[\sum_a \phi_a \bar{\phi}_a]^p, p \in \mathbb{N}$
- $Z_{\text{tens}} = \int_{\mathbb{C}^{N \times N \times N}} e^{-S(\phi)} d\phi$; S est un $U(N) \times U(N) \times U(N)$ -invariant [R. Gurău, CMP 2011] :

$$S_{\text{tens}}(\phi, \bar{\phi}) = \sum_{a,b,c=1}^N \phi_{a,b,c} \bar{\phi}_{a,b,c} + \text{choix de contractions des indices}$$

$$\text{'modèle } \phi_3^4 = \text{diagramme} + g(1 \text{diagramme} 1 + 2 \text{diagramme} 2 + 3 \text{diagramme} 3)$$

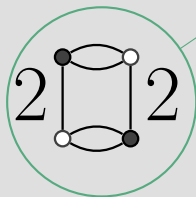
(graphes avec des arêtes régulièrement 3-colorés et nœuds bipartites)

PARTIE II : Tenseurs aléatoires colorés

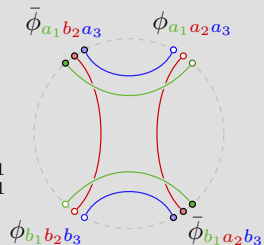
- $Z_{\text{vect}} = \int_{\mathbb{C}^N} e^{-S(\phi)} d\phi$, ou S est un $U(N)$ -invariant ; gen. par $[\sum_a \phi_a \bar{\phi}_a]^p, p \in \mathbb{N}$
- $Z_{\text{tens}} = \int_{\mathbb{C}^{N \times N \times N}} e^{-S(\phi)} d\phi$; S est un $U(N) \times U(N) \times U(N)$ -invariant [R. Gurău, CMP 2011] :

$$S_{\text{tens}}(\phi, \bar{\phi}) = \sum_{a,b,c=1}^N \phi_{a,b,c} \bar{\phi}_{a,b,c} + \text{choix de contractions des indices}$$

$$\text{'modèle } \phi_3^4 = \text{diagramme} + g(1 \text{diagramme} 1 + 2 \text{diagramme} 2 + 3 \text{diagramme} 3)$$



$$\sum_{\substack{a_1, a_2, a_3=1 \\ b_1, b_2, b_3=1}}^N$$



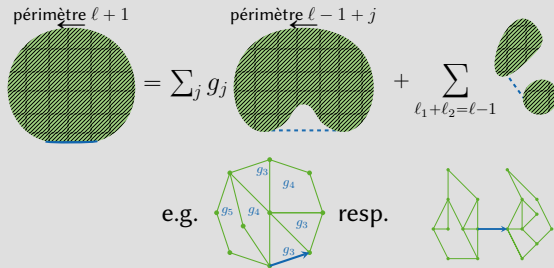
(graphes avec des arêtes régulièrement 3-colorés et nœuds bipartites)

Récurrance de Tutte : cartes planaires (enracinées)

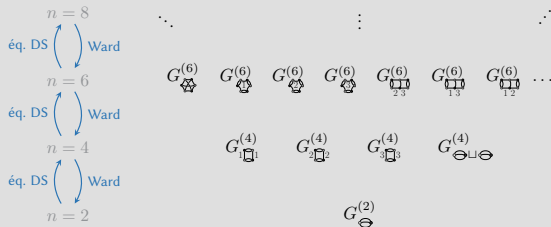
$$\begin{array}{c}
 \text{périmètre } \ell + 1 \\
 \leftarrow \\
 \text{périmètre } \ell - 1 + j \\
 \leftarrow \\
 \sum_j g_j \quad + \quad \sum_{\ell_1 + \ell_2 = \ell - 1}
 \end{array}$$

e.g.  resp. 

Récurrance de Tutte : cartes planaires (enracinées)



Mais pour les tenseurs, plusieurs fonctions à n -points existent ; elles sont classifiées par les graphes du bord (abrégé ∂). [CP 2018] montre que les generatrices à droite elles sont toutes NON VIDES dans le model ϕ_D^4 , $D \geq 3$ étant quelconque.



Soient $J \in \mathbb{C}^{N^3}$ et W l'énergie libre, $\exp(W[J,\bar J]) = \int e^{-S_E(\phi)+\bar J\cdot\phi+J\cdot\bar\phi}d\phi$, du modèle ϕ_3^4 tensoriel

$$S_E(\phi) = \sum_{a,b,c=1,\dots,N} \bar\phi_{a,b,c}(a^2+b^2+c^2)\phi_{a,b,c} + \frac{g}{2}(1\text{cylinder}1 + 2\text{cylinder}2 + 3\text{cylinder}3) \, .$$

Soit $\mathcal{D}$ non-conexe $p = V(\mathcal{D})/2$ avec $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{in}^1,\dots,\mathbf{x}_{in}^p) \in M_{3\times p}(\{1,\dots,N\})$ nous définions

$$G_{\mathcal{D}}(\mathbf{X}) = \prod_{\alpha=1}^p \partial_{J_{\mathbf{x}_{in}^\alpha}} \bar\partial_{J_{\mathbf{x}_{out}^\alpha}} W[J,\bar J] \Big|_{J=0=\bar J} =: (\partial_{\mathcal{D}} W)(\mathbf{X}) \text{ et } \mathbf{s} = \mathbf{x}_{out}^\beta \quad (\beta, \text{un choix})$$

Soient $J \in \mathbb{C}^{N^3}$ et W l'énergie libre, $\exp(W[J, \bar{J}]) = \int e^{-S_E(\phi) + \bar{J} \cdot \phi + J \cdot \bar{\phi}} d\phi$, du modèle ϕ_3^4 tensoriel

$$S_E(\phi) = \sum_{a,b,c=1,\dots,N} \bar{\phi}_{a,b,c} (a^2 + b^2 + c^2) \phi_{a,b,c} + \frac{g}{2} (1 \text{ [diagram] } 1 + 2 \text{ [diagram] } 2 + 3 \text{ [diagram] } 3).$$

Soit $\mathcal{D}$ non-conexe $p = V(\mathcal{D})/2$ avec $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{in}^1, \dots, \mathbf{x}_{in}^p) \in M_{3 \times p}(\{1, \dots, N\})$ nous définissons

$$G_{\mathcal{D}}(\mathbf{X}) = \prod_{\alpha=1}^p \partial_{J_{\mathbf{x}_{in}^\alpha}} \bar{\partial}_{J_{\mathbf{x}_{out}^\alpha}} W[J, \bar{J}] \Big|_{J=0=\bar{J}} =: (\partial_{\mathcal{D}} W)(\mathbf{X}) \text{ et } \mathbf{s} = \mathbf{x}_{out}^\beta \quad (\beta, \text{un choix})$$

THÉORÈME III : Éq. Dyson-Schwinger pour $\mathcal{D}$ à bord non-connexe [CP '18, '20]

$$\begin{aligned} G_{\mathcal{D}}(\mathbf{X}) = & \frac{(-g)}{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \sum_{c=1}^3 \left\{ \sum_{\sigma \in \text{Aut}(\mathcal{D})} (\sigma \cdot f_{\mathcal{D}, s_c}^{(c)})(\mathbf{X}) - \sum_{b_c=1}^N \frac{G_{\mathcal{D}}(\mathbf{X}) - G_{\mathcal{D}}(\mathbf{X}|_{s_c \rightarrow b_c})}{s_c^2 - b_c^2} \right. \\ & + \sum_{\rho \neq \beta} \frac{1}{(y_c^\rho)^2 - (s_c)^2} \left[\frac{\partial W[J, \bar{J}]}{\partial s_c(\mathcal{D}; \beta, \rho)}(\mathbf{X}) - \frac{\partial W[J, \bar{J}]}{\partial s_c(\mathcal{D}; \beta, \rho)}(\mathbf{X}|_{s_c \rightarrow y_c^\rho}) \right] \\ & \left. + \sum_{\substack{\Omega \in \text{Aut}(\mathcal{Q}) \\ (\mathcal{C} \amalg \mathcal{B}) \sim \mathcal{Q}}} \left[(\Omega \cdot l_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{(c)})(\mathbf{X}) + \sum_{\tau \in 2\text{-pnts}(\mathcal{R}; \beta, c)} \frac{(\Omega \cdot H_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{(c, \tau)})(\mathbf{X}) - (\Omega \cdot H_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{(c, \tau)})(\mathbf{X}|_{s_c \rightarrow y_c^\tau})}{(y_c^\tau)^2 - (s_c)^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres $(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$ **Input DSE:** ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte:
périmètres
 $(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$

Input DSE:
 ∂ -graphe
 $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$

Framework→

Description↓

éq. Tutte á

non connexe ∂

bord avec sommet

$l_1 - 1 + j$

joindre deux bords

$l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$

Séparation du bord :

Cas I. # cc augmenté

$(\underbrace{(i, l) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ l \dot{\cup} M=K})$

Cas II. # cc augmenté

i, m, K

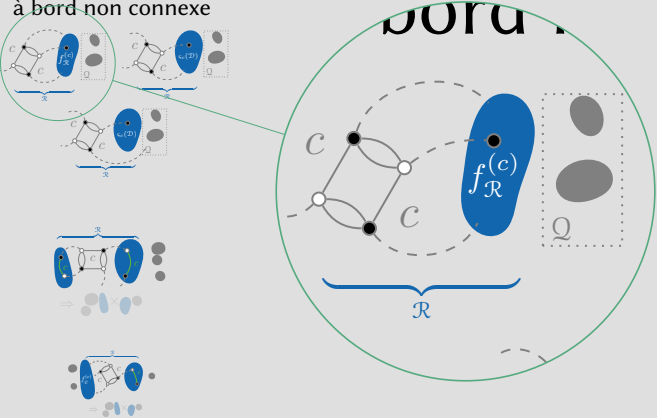
[CP 2018, CP 2020]

$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)})$

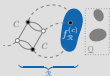
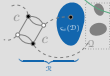
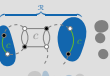
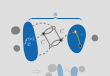
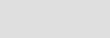
)

éq. DS tenseurs

à bord non connexe



Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres	$(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$	Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$
Framework→	éq. Tutte á	éq. DS tenseurs
Description ↓	non connexe ∂	à bord non connexe
bord avec sommet	$l_1 - 1 + j$	
joindre deux bords	$l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$	
Séparation du bord :		
Cas I. # cc augmenté	$\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K}$	
Cas II. # cc augmenté	i, m, K	
[CP 2018, CP 2020]	$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, s_c(\mathcal{D}))$	)

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres $(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$

Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$

Framework→

Description↓

éq. Tutte á

non connexe ∂

bord avec sommet

$l_1 - 1 + j$

joindre deux bords

$l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$

Séparation du bord :

Cas I. # cc augmenté

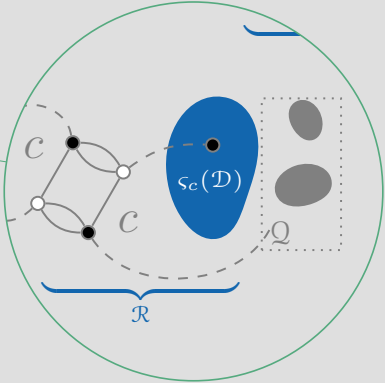
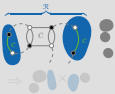
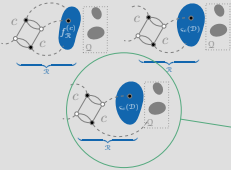
$(\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K})$

Cas II. # cc augmenté

i, m, K

éq. DS tenseurs

à bord non connexe

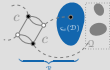
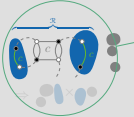
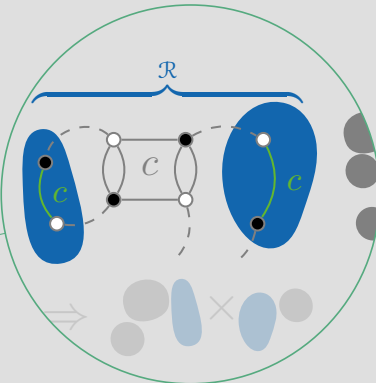


[CP 2018, CP 2020]

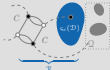
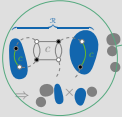
$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, \varsigma_c(\mathcal{D}), \varsigma'_c(\mathcal{D})$

)

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres	$(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$	Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$
Framework→	éq. Tutte á	éq. DS tenseurs
Description ↓	non connexe ∂	à bord non connexe
bord avec sommet	$l_1 - 1 + j$	
joindre deux bords	$l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$	
Séparation du bord :		
Cas I. # cc augmenté	$\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K}$	
Cas II. # cc augmenté	i, m, K	
[CP 2018, CP 2020]	$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, s_c(\mathcal{D}), s'_c(\mathcal{D}), H_{\mathcal{D}}^{(c, \tau)})$	

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres	$(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$	Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$
Framework→ Description ↓	éq. Tutte á non connexe ∂	éq. DS tenseurs à bord non connexe
bord avec sommet	$l_1 - 1 + j$	
joindre deux bords	$l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$	
Séparation du bord :		
Cas I. # cc augmenté	$\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K}$	
Cas II. # cc augmenté	i, m, K	
[CP 2018, CP 2020]	$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, s_c(\mathcal{D}), s'_c(\mathcal{D}), H_{\mathcal{D}}^{(c, \tau)})$	

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres $(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$

Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$

Framework $\rightarrow$ éq. Tutte à
Description $\downarrow$ non connexe ∂

bord avec sommet $l_1 - 1 + j$

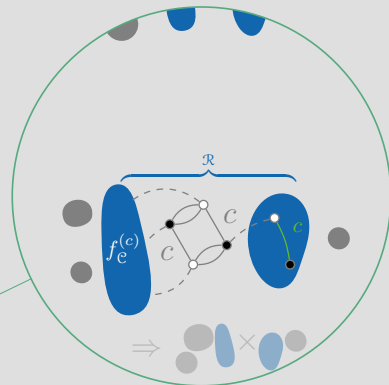
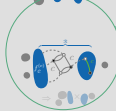
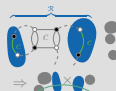
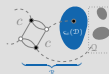
joindre deux bords $l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$

Séparation du bord :

Cas I. $\#$ cc augmenté $\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K}$

Cas II. $\#$ cc augmenté i, m, K

éq. DS tenseurs
à bord non connexe



[CP 2018, CP 2020]

$$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, s_c(\mathcal{D}), s'_c(\mathcal{D}), H_{\mathcal{D}}^{(c, \tau)}, l_{\mathcal{D}}^{(c)})$$

Éq. de Dyson-Schwinger : bord (∂) à plusieurs composantes connexes (cc)

Input Tutte: périmètres $(\underbrace{l_1 + 1}_{\text{racine}}, \underbrace{l_2, \dots, l_k}_{= K})$

Input DSE: ∂ -graphe $\mathcal{D} = (\underbrace{\mathcal{R}, \bullet}_{\text{enraciné}}) \sqcup \mathcal{Q}$

Framework $\rightarrow$ éq. Tutte à
Description $\downarrow$ non connexe ∂

bord avec sommet $l_1 - 1 + j$

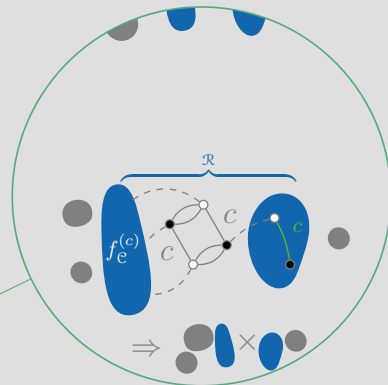
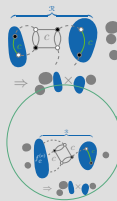
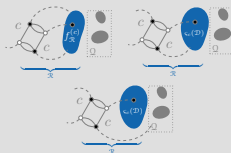
joindre deux bords $l_1 - 1 + l_\alpha, K \setminus \{l_\alpha\}$

Séparation du bord :

Cas I. $\#$ cc augmenté $\underbrace{(i, I) \times (m, M)}_{i+m=l_1-1 \ \& \ I \dot{\cup} M=K}$

Cas II. $\#$ cc augmenté i, m, K

éq. DS tenseurs
à bord non connexe



[CP 2018, CP 2020]

$$G_{\mathcal{D}} = G_{\mathcal{D}}(f_{\mathcal{D}}^{(c)}, \zeta_c(\mathcal{D}), \zeta'_c(\mathcal{D}), H_{\mathcal{D}}^{(c, \tau)}, l_{\mathcal{D}}^{(c)})$$

PROJETS III-IV : As placeholder for a non-public project, my favourite French composer:

Un peu de ma philosophie

- préférence pour les journaux ouvertes (e.g. tels du Centre Mersenne) ; préférence pour les logiciels libres, etc.
- je crois que *l'axiomatique* de Federico Ardila est importante :
 - ▶ AXIOME 1 : Le potentiel mathématique est réparti de manière égale entre différents groupes, indépendamment des frontières géographiques, démographiques et économiques.
 - ▶
 - ▶ AXIOME 4 : Chaque étudiant·e mérite d'être traité avec dignité et respect.
- éviter les voyages polluants.