

Mit der Unbestimmtheit rechnen

Hans J. Pirner

Institut für Theoretische Physik, Heidelberg

April 2007

Seit Eubulides im vierten Jahrhundert v.C. gibt es das Problem der Unbestimmtheit in der Philosophie. Das Sorites- (Haufen-) Paradox stellt den Vorzeigefall dar. Es gibt vage Begriffe, deren Bedeutung nicht klar definiert ist. Ein vager Begriff ist z.B. der Begriff der Kindheit. Ein Mensch, der einen Tag alt ist, ist ein Kind. Jeder Mensch, der n Tage alt ist und ein Kind ist, wird auch mit $n+1$ Tagen ein Kind bleiben. Also ist ein 36500 Tage alter hundertjähriger Mensch auch ein Kind. Vage Begriffe führen leicht zu unsinnigen Schlüssen. Oft ist die Unbestimmtheit ein wesentlicher Bestandteil des Begriffs. Niemand möchte den Begriff Schönheit genau abgrenzen, denn dann würde vielleicht dies oder das Schöne, welches ich als solches empfinde, nicht darunter fallen. Auch ermöglichen nicht determinierte Grenzen ein gemeinsames Gespräch, in dem die einzelnen Teilnehmer ihre verschiedenen Erfahrungen miteinander vergleichen können. Andererseits kann die Unbestimmtheit zu Missverständnissen führen oder gar zu falschen Schlüssen, wie am obigen Beispiel gezeigt wird. In der Tat wird das Sorites-Paradox in der Gegenwartsphilosophie immer noch ernst genommen (siehe z.B. T. Williamson¹). Ich möchte hier nicht auf die Lösungsversuche der modernen Philosophie eingehen, sondern die Frage erörtern, wie in einer einzelnen Wissenschaft, nämlich der Physik, mit der Unbestimmtheit umgegangen wird. Welche Praxis hat sich in der Physik eingestellt, und an welchen Stellen verdient die Handhabung der Unbestimmtheit mehr Aufmerksamkeit?

1. Epistemische Unbestimmtheit

Unter epistemischer Unbestimmtheit möchte ich die Unbestimmtheit verstehen, die in der Natur selbst begründet ist. Sie ist unabhängig von unseren Modellen, mit denen wir die Natur beschreiben. Wir können diese Unbestimmtheit besser verstehen, aber wir müssen mit ihr leben. Von Fall zu Fall ist zu prüfen, ob sie uns zu Widersprüchen führt, wie unsere philosophischen Kollegen befürchten. Ich möchte von der epistemischen Unbestimmtheit die semantische Unbestimmtheit² unterscheiden, welche mit der theoretischen Beschreibung von Naturphänomenen verbunden ist. Nichts ist unbestimmt im Verhalten einer großen Anzahl von Gasmolekülen, die sich in diesem Zimmer befinden. Wir können die verschiedenen Moleküle aufzählen, ihre Anteile und im Prinzip auch jede ihrer Energien messen. Trotzdem hat die theoretische Physik große Fortschritte erzielt, indem sie eine Beschreibung gefunden hat, bei der die individuellen Impulse und Energien der Teilchen nicht bestimmt sind. Sie

¹ T. Williamson, *Philosophy and Phenomenological Research* Vol LVII, No.4 1997. Nach Williamson sind Grenzfälle (borderline cases) zu unterscheiden von Fällen, in denen wir die Wahrheit nicht erkennen können. Insbesondere schließt er quantifizierbare Behauptungen aus, wenn er sagt "the term mile is defined as to facilitate exact measurements in miles, whereas nothing of the kind has been done for most vague terms. Im Folgenden wird dieser Unterschied nicht herausgearbeitet, er kann aber vertieft werden.

² J. Elith, M. A. Burgman, H. M. Regan, *Mapping epistemic uncertainties and vague concepts in predictions of species distribution, Ecological Modelling* 157 (2002) 313, ist ein Artikel, welcher eine ähnliche Unterscheidung mit Beispielen aus dem Gebiet der Populations-Biologie macht. Die Autoren unterscheiden „epistemic“ and „linguistic“ uncertainties.

betrachtet ein Ensemble von Mikrozuständen, die gleiche makroskopische Kenngrößen wie Volumen, Teilchenzahl und Temperatur besitzen. Solchen Modellen mit theoretischer Unbestimmtheit widmen wir uns im zweiten Kapitel.

a. Experimentelle Fehler

Als empirische Wissenschaft muss die Physik ihre Konzepte im Experiment oder durch Beobachtung überprüfen. Idealerweise liefert ein solches Experiment mehrere Zahlen, die auch als Messwerte bezeichnet werden. Eine jede solche Messung sollte von verschiedenen Gruppen an beliebigen Orten vergleichbare Ergebnisse liefern. Es gibt drei implizite Voraussetzungen, unter welchen verschiedene Messungen sinnvoll sind: (a) Alle Gruppen stimmen in der Wahl der Einheit überein, in welcher die Resultate ausgedrückt werden. (b) Es muss eine oder mehrere physikalisch begründete Methoden geben, so dass sich die Resultate in kontinuierlicher Weise in dieser Einheit darstellen lassen. (c) Das Ergebnis der Messung ist bestimmt durch das Ablesen eines Zeigers oder einer digitalisierten Messzahl, die unterhalb, oberhalb oder gleich einem festgesetzten Punkt auf der Skala ist. Angenommen der experimentelle Ausgangszustand kann in idealer Weise präpariert werden und die Existenz der Skala ist wohl etabliert, dann wird doch die Apparatur jedes Mal eine andere Messgröße ergeben. Die Messung ist unbestimmt. Unvollkommenheiten im Detektor und in der Apparatur führen zu einem Messfehler. Im Allgemeinen können bei Unabhängigkeit der verschiedenen Versuche jedoch der Mittelwert der Messgröße bestimmt werden und die mittlere quadratische Schwankung um diesen Mittelwert, der dann den Messfehler σ bestimmt. Mit der Wahrscheinlichkeit von 31% kann der zu messende Parameter dann immer noch außerhalb des Intervalls Mittelwert $\pm \sigma$ liegen. Für die Theoriebildung sind Abweichungen eines Parameters vom vorhergesagten Wert um $(3-4) \sigma$ erst wirklich relevant, d.h. sie sind so unwahrscheinlich, dass die Theorie dadurch wirklich zurückgewiesen wird. Grenzfälle liegen vor, wenn der Messwert weder die theoretische Vorhersage bestätigt noch zurückweist, also typischerweise wenn Abweichungen von $(2-3) \sigma$ vorliegen. Das Verhalten des Physikers ist dann konservativ. Er nimmt an, dass das experimentelle Resultat die Theorie nicht widerlegt.

Neben dem Messfehler ist der systematische Fehler zu berücksichtigen, welcher durch eine fehlerhafte Versuchsanordnung zustande kommt. Der systematische Fehler ist schwieriger festzulegen und gibt oft zu Diskussionen zwischen verschiedenen Gruppen Anlass. Falls das Ergebnis nicht nur durch die Messung einer Größe bestimmt wird, sondern durch mehrere Messgrößen, wird die Fehlerrechnung benutzt, um den resultierenden Fehler zu bestimmen. Sie beruht auf der Differentialrechnung und propagiert die einzelnen Fehler in den mathematischen Ausdrücken. Im Allgemeinen gilt unter Theoretikern die ungeschriebene Regel, dass eine Verbesserung der Messgenauigkeit um einen Faktor 10 automatisch eine neue theoretische Untersuchung herausfordert. Im Allgemeinen ist das physikalisch-theoretische Verständnis der meisten Experimente nur annähernd korrekt. Wenn also der gemessene Sachverhalt viel genauer bestimmt wird, heißt es oft für den Theoretiker, dass er zurück zu seinen Rechnungen gehen muss und zum Beispiel den Effekt der Wechselwirkung oder einer Störung in einer höheren Approximation berechnen muss. Dabei kann das Experiment das Bild nicht nur im Detail ändern, sondern ein Experiment kann das alte Erklärungsschema vollkommen über den Haufen werfen. Ein großer Erfolg des neuen LHC-

Experiments zur Erklärung der Elementarteilchenmassen wäre, wenn der im Standardmodell kodierte Mechanismus eines Higgs-Dubletts nicht korrekt die Messdaten wiedergibt.

Eine Messung ergibt weder eine große noch eine kleine Zahl. Das Sorites-Paradox, welches den Vorzeigefall der Vagheitsproblematiker darstellt, stellt sich im Allgemeinen nicht. Es existiert kein Induktionsschritt bei n Messungen nach dem Motto: Das Messergebnis ergibt $n=1$, d.h. den Sachverhalt A. Falls eine Messung n ergibt und der Teilmenge A angehört, wird auch das Messergebnis $n+1$ ein Teil der Menge A sein, wobei der logische Endschrift nur Messergebnisse der Kategorie A ergibt. Im Gegensatz dazu gibt es bei der Messung eine kontinuierliche Skala, mit der verglichen wird. Falls die Natur diskontinuierlich wäre, dann wäre es nicht auszuschließen, dass Grenzfälle auftreten, die weder der einen noch der anderen Gruppe zugeordnet werden können. Um diesen Zustand zu produzieren, müsste man sich vorstellen, dass die diskrete Gesamtheit am Anfang nicht bekannt ist, und deswegen auch nicht in Untergesamtheiten angeordnet werden kann. Wir werden auf ein Beispiel dafür weiter unten eingehen.

b. Natürliche Grenzfälle

In der Reihe der Unsicherheiten, die unser Erfahren oder Erkennen beeinträchtigen, gibt es auch solche, welche nicht erst durch den Dialog mit der Natur, d.h. durch das Experiment, ins Spiel kommen. Sie sind natürlichen Ursprungs, d.h. in der Natur selber begründet. Im periodischen System wird das Atomgewicht³ von Platin mit 195.09 angegeben, in Einheiten des Kohlenstoff 12-Atoms. Diese nur angenäherte und ungewöhnliche Zahl gibt an, dass wir beim Wiegen von Platin nicht immer 195 Kernbausteine, d.h. 78 Protonen und 117 Neutronen vor uns haben, sondern manchmal ein Platin mit mehr oder weniger Neutronen vorfinden. Dazukommen noch Effekte der Bindung der Nukleonen im Atomkern und der Elektronen im Atom. Am Ende des 19. Jahrhunderts waren die Chemie und Physik mit diesem Problem konfrontiert. Die wachsende Präzision der Messungen produzierte Grenzfälle, welche nicht in das Schema der Atomtheorie hineinpassten. Insbesondere stellte sich die Frage, warum das Atomgewicht von Sauerstoff mit 15.9994 so nahe an 16 Einheiten ist, während dasjenige von Chlor mit 35.453 so weit von einer ganzen Zahl entfernt liegt. Erst die sich entwickelnde Kernphysik machte durch Untersuchungen der Radioaktivität hauptsächlich an schwereren Elementen klar, dass chemisch identische Substanzen sich durch ihren Kernaufbau unterscheiden können und damit unterschiedliches Atomgewicht besitzen.

In gewisser Weise ist hier historisch der oben diskutierte Fall einer diskreten Gesamtheit aufgetreten, welche nach den ganzen Zahlen angeordnet werden konnte. Die Erfahrung ergibt, dass Grenzfälle auftreten, welche nicht in das Schema passen. Wie ist man mit diesem Problem umgegangen? Die Naturwissenschaftler haben nach einer weiteren Ordnungseigenschaft Ausschau gehalten, welche über die chemische Anordnung hinausgeht. Die Chemie richtet sich nach der Kernladung, die Natur erlaubt aber Atomkerne mit gleicher Kernladung, d.h. gleicher Anzahl von Protonen, aber unterschiedlicher Anzahl von ungeladenen Neutronen, welche gleiches chemisches Verhalten zeigen. Damit lässt sich das Rätsel des ungeraden Atomgewichts lösen. Die Hypothese, dass eine noch unbekanntes Koordinate oder ein noch nicht verstandener Parameter existieren, ist charakteristisch für das naturwissenschaftliche Denken, wenn es versucht, mit unkategorisierbaren Grenzfällen umzugehen.

³ R.C. Barber, Isotopes in Encyclopedia of Physics, ed. by R. G. Lerner and G. L. Trigg, Reading 1981.

c. Quantenmechanische Unbestimmtheit

Eine oft geführte geisteswissenschaftliche Diskussion befasst sich mit der Unsicherheit, Unschärfe oder Unbestimmtheit der Quantentheorie in der Physik. Die Grundlage dieser Diskussion ist die Heisenbergsche Unschärferelation, welche aussagt, dass die Lage Δx und der Impuls Δp eines Teilchens nicht mit beliebiger Genauigkeit gemessen werden können, $\Delta x \Delta p > h / (4\pi)$, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist. Dies ist eine Aussage über Unbestimmbarkeit, welche in der Natur begründet ist und nicht von der Qualität unserer Messapparaturen abhängt. Das Teilchen wird durch eine Funktion beschrieben, die das Teilchen als kontinuierliche Überlagerung von örtlich lokalisierten Zuständen auffasst. Diese „Wellen“-Funktion Ψ gibt einen „Schlaf“-Zustand des Teilchens wieder, der sich bei einer Ortsmessung am Ort r mit der Wahrscheinlichkeit $|\Psi(r)|^2$ verwirklicht. Bei einer Geschwindigkeits- oder Impulsmessung ist es nützlicher; vom Schlafzustand im Raum aller möglichen Impulse; d.h. der Impulswellenfunktion auszugehen. Beide Funktionen sind miteinander durch eine exakte mathematische Transformation verbunden, die Fourier ausarbeitete, die sich z.B. auch dazu eignet, das Tonspektrum eines Signals zu analysieren. Je breiter die Wellenfunktion im Ortsraum ist, desto schmaler wird sie durch diese Transformation im Impulsraum. Diese mathematische Transformation ergibt die Unschärferelation. Breitere Wellenfunktionen sind mit einer größeren Unschärfe bei einer Messung verbunden. Wenn es Rechenregeln gibt mit Unbestimmtheiten umzugehen, möchte ich dafür den Ausdruck benutzen, mit der Unbestimmtheit rechnen. Wir haben diese Methodik schon bei der Fehlerrechnung gesehen, welche eng mit der Theorie der Wahrscheinlichkeiten verbunden ist. Das Werkzeug in beiden Fällen, welches praktische Voraussagen möglich macht, ist die Mathematik. Daran zeigt sich, dass nicht nur der begriffliche Rahmen für ein konsistentes Denkschema wichtig ist, sondern auch die Doppelung dieser Begriffe in einem theoretischen Zusammenhang, welcher unabhängig von ihren empirischen Messungen existiert. In einem früheren Aufsatz⁴ habe ich diese zweite Ebene als die Ebene der mathematischen Symbole und ihrer Operationen beschrieben, welche weit über diskontinuierliche Anordnungsschemata hinausgehen, die im Haufenparadox behandelt werden. Die Realisierung der physikalischen Objekte in einer Ansammlung von Daten, der Datenmenge, zusammen mit der Theorie ihrer mathematische Symbole, in denen diese Objekte kodiert sind, ergibt erst einen physikalischen Begriff. Dieser Begriff beschreibt den immer gemeinsam auftretenden Zusammenhang von experimentellem Resultat, mathematischen Zeichen und technisch manipuliertem Objekt.

d. Unbestimmtheit in Raum und Zeit

Die Kombination der charakteristischen Größen der Quantenmechanik mit dem Wirkungsquantum h , der speziellen Relativitätstheorie mit der invarianten Lichtgeschwindigkeit c und der allgemeinen Theorie der Gravitation mit der fundamentalen Newton-Konstante G ergeben eine Abschätzung $\lambda = \sqrt{hG / (2\pi c^3)} = 10^{-33}$ cm als Skala, bei der sich diese verschiedenen Theorien beeinflussen sollten. Um diese Länge ins Bewusstsein zu bringen, ist es am besten, sich eine logarithmische Skala zu definieren, die in gleichen

⁴ Hans J. Pirner, The Semiotics of „Postmodern“ Physics, in M. Ferrari and I.-O. Stamatescu, Symbol and Physical Knowledge, Heidelberg 2001. Das Anführungszeichen im Begriff „Postmodern“ zeigt an, dass die Physik sich nach Ansicht des Autors nicht diskontinuierlich verändert hat.

Abständen immer um einen Faktor 10 kleinere Längen darstellt. Wenn wir bei einer Kaffeetasse anfangen als unserem ersten Strich, müssen wir auf dieser Skala 13 Striche machen, um beim Nukleon, dem Bestandteil des Atomkerns anzulangen. Es würde dann eine dreimal so weite Reise erfordern, um zu dieser Planckschen Länge zu kommen. Falls es diese elementare Plancksche Länge gäbe, wäre es unmöglich, etwas genauer als diese Länge zu messen. Jede Längenmessung entlang einer Richtung mit immer größerer Genauigkeit würde eine wachsende Unbestimmtheit der Längenmessung in der anderen Richtung nach sich ziehen. Man betrachtet eine nichtkommutative Geometrie, welche die Ortskoordinaten zu nicht kommutierenden Variablen mit Matrizencharakter erklärt. Eine Analogie in der Quantenmechanik ist das Verhalten der Ortskoordinaten eines Elektrons in einem homogenen Magnetfeld entlang der z-Richtung. In diesem Beispiel beschreibt das Elektron klassisch Kreisbahnen in der x-y-Ebene, welche sich eventuell spiralförmig aufrollen, falls das Elektron einen Anfangsimpuls in der z-Richtung besitzt. Quantenmechanisch ist die Lösung ähnlich. Es gibt einen Mittelpunkt, um den die Wellenfunktion des Elektrons zentriert ist. Dieser Mittelpunkt ist durch seine x- und y-Koordinaten gegeben. Da die zugehörigen quantenmechanischen Koordinaten nicht vertauschen, wobei die Rolle der Planck-Länge im Quadrat durch das Wirkungsquantum geteilt durch das Produkt von Masse des Elektrons und Zyklotronfrequenz dargestellt wird, ergibt sich, dass die x- und y-Komponenten des Mittelpunkts der Elektronenbahn nicht beliebig genau gemessen werden können. Ihre Unbestimmtheit überrascht im ersten Moment, weil sie nicht komplementäre Größen sind im Sinne der Quantenmechanik, wie Lage und Impuls. Die Existenz einer kleinsten Länge wird andere Paradoxa nach sich ziehen, wie die Aussage, dass die Physik auf sehr großen Skalen eng mit der Physik auf sehr kleinen Skalen verbunden ist. L. Susskind⁵, ein dezidiertes Anhänger der String-Theorie, extrapoliert die Hypothesen dieser Theorie auf Kollisionen höchster Energie. Während in der Quantenmechanik mit höheren Energien immer kleinere Distanzskalen $L=hc/(2\pi E)$ erforscht werden können, ändert sich das Verhalten für höchste Energien. Die interessanten Effekte, die zu Tage kommen sollten, sind verborgen und bleiben unbestimmt hinter einem Horizont vom Radius des Schwarzschild-Radius R, der dieser Energie $R=2 G E/c^2$ entspricht. Die Wichtigkeit der gravitativen Effekte kommt durch die Gravitationskonstante ins Spiel. Die Kollision wird ein schwarzes Loch erzeugen, welches nur niederenergetische Hawking-Strahlung emittiert, die von der Größe des inversen Schwarzschild-Radius ist. In der Astronomie sind schwarze Löcher unter dem Einfluss der Schwerkraft kollabierte Sterne, deren Schwerkraftpotential so stark ist, dass Licht nicht mehr das schwarze Loch verlassen kann. Deshalb erscheint dieses Objekt am Sternenhimmel als schwarz. Im Prinzip kann es aber auch Miniaturversionen dieser schwarzen Löcher geben, die in Kollisionen mit hohen Energien erzeugt werden. Eine neue Unbestimmtheitsrelation ergibt sich in der hypothetischen Quantenwelt der Gravitation, nämlich je höhere Energien desto größere Distanzen proben wir. Der Schwarzschild-Radius der schwarzen Löcher definiert einen Horizont, hinter dem die Information zu verschwinden scheint. Schwarze Löcher haben außer ihrer Gesamtladung, ihrem Drehimpuls und ihrer Masse keine anderen Eigenschaften. Man werfe Goethes Gesamtausgabe in das schwarze Loch und alle Informationen, die Goethe in seinem Leben gesammelt hat, ist futsch. Dieses Informationsparadox ist erst in neuerer Zeit erhellt worden. Die Physik kann mit der Unbestimmtheit leben. Ein ebensolcher Horizont ergibt sich für uns im Universum, hinter dem uns die Geschichte des Universums unzugänglich ist. Er ist wie der Schwarzschild-Radius durch die allgemeine Relativitätstheorie bestimmt. Die erstaunliche Homogenität der kosmischen Mikrowellenstrahlung kann nur mit einem Modell der inflationären Ausdehnung des

⁵ L. Susskind and J. Lindesay, An Introduction to Black Holes, Information and the String Theory Revolution, Singapore 2005.

Universums erklärt werden, weil Teile des Universums sonst eine sehr genau gleiche Temperatur hätten, die nicht miteinander kommunizieren konnten.

2. Semantische Unbestimmtheit

Neben epistemischer Unbestimmtheit gibt es Unbestimmtheit als Schlüsselbestandteil physikalischer Modelle. Dies könnte man vielleicht mit der semantischen Unbestimmtheit in den Geisteswissenschaften vergleichen. Der gleiche Text wird von verschiedenen Interpreten anders gelesen. Die Bedeutung von Wortpassagen ändert sich für den Leser, abhängig vom geistigen Zusammenhang, in dem er die Worte hineinversetzt. In der Naturwissenschaft möchte man gerne diese individuelle Interpretation minimieren. Trotzdem gibt es eine semantische Unbestimmtheit, die sogar beabsichtigt ist. Sogenannte statistische Modelle der Physik gehen von im Detail unbestimmten Mikrozuständen aus, die ein statistisches Ensemble bilden, welches nur durch ein paar makroskopische Zustandsgrößen definiert ist.

a. Unbestimmtheit in der statistischen Physik

Mit der Atomhypothese hat die Physik am Ende des 19. Jahrhunderts anfänglich große Schwierigkeiten gehabt. Es gab eine sehr erfolgreiche Wärmelehre, welche sich empirisch aus dem Umgang mit Wärmekraftmaschinen und dem Studium von chemischen Reaktionen entwickelt hatte. Sie konnte erfolgreich viele verschiedene Phänomene interpretieren. Warum sollte man also dieses erfolgreiche Gebäude erweitern, indem man sich dem unsicheren Konzept von kleinsten Teilchen auslieferte, die als solche nie gesehen worden waren und in ihrer individuellen Dynamik nicht zugänglich sind, schon weil es zu viele von ihnen gibt. In einem Mol Sauerstoff mit dem Atomgewicht 16 befinden sich 10^{23} Atome, das ist eine Zahl mit 23 Nullen hinter der 1. Die Daten der einzelnen Atome sind also zu viele, um sie realistisch alle messen zu wollen. Die Methode von Boltzmann bestand darin, Regeln abzuleiten für die Abzählung von Mikrozuständen, die zu einem Makrozustand gehören. Der Makrozustand wird durch physikalische Größen wie Temperatur und Volumen und Teilchenzahl beschrieben, die sehr wohl im Bereich unserer Messungen liegen. Boltzmann gab eine statistische Deutung der Entropie, welche auf unserem Unwissen über das System beruht, sozusagen auf der Unbestimmtheit der Zustände. Je weniger wir über die Mikrozustände wissen, desto höher ist die Entropie. Sie ist mit einer negativen Information zu vergleichen. Seine Gegner, die sogenannten Energetiker meinten, dass sich alle Gesetze der Wärmelehre aus der Energieerhaltung erklären ließen. In dem Satz von der Energieerhaltung in der Thermodynamik tritt die Änderung der Wärme als eine mögliche Änderung der Energie auf, die Wärme ist selbst aber keine Zustandsgröße, sondern die Wärmeänderung ist in grundlegender Weise mit der Änderung der Entropie verbunden. Mathematisch gründet dieser Zweig der Physik auf der Wahrscheinlichkeitstheorie, welche den rechnerischen Apparat liefert, um unbestimmte Zustände mit Wahrscheinlichkeiten zu versehen. Genauso wie in der Spielbank oder im Kartenspiel ist das Leben mit Wahrscheinlichkeiten durch Fluktuationen gekennzeichnet. Glück und Unglück im Spiel gleicht sich nach langer Zeit aus, die Schwankungen können aber so stark sein, dass die Geldvorräte in einer längeren Unglückssträhne zu Ende gehen. Die Physik des Chaos hat in den letzten turbulenten Jahren besondere Aufmerksamkeit in der Öffentlichkeit bekommen. Chaotisches Verhalten in Systemen hilft, sie vom Ungleichgewicht ins Gleichgewicht zu bringen. Im Gleichgewicht ist jeder Mikrozustand mit einer definierten Wahrscheinlichkeit versehen, die nicht mehr von der Zeit abhängt. Ein chaotisches System durchläuft eine genau bestimmte Zeitentwicklung. Was ist also chaotisch an ihm? Lange hat man mit den Physikern des 19. Jahrhunderts geglaubt, dass die ganze Welt wie eine Maschine abläuft. Wenn wir die Anfangsbedingungen und die

Bewegungsgleichungen der Maschine kennen, ist es möglich, den zukünftigen Zustand der Maschine genau vorherzusagen. In der Astronomie sind die physikalischen Fortschritte schon früh so trefflich gewesen, dass diese Vermutung bestätigt schien. Erst mit der Erfindung der numerischen Rechenmaschinen ist offensichtlich geworden, dass Rechnungen von Vielteilchensystemen, die mit winzig voneinander abweichenden Anfangsbedingungen gestartet werden, zu total verschiedenen Resultaten führen können. Der Ausgang der Rechnung ergibt chaotisch variierende Ergebnisse. Eine kleine Unbestimmtheit der Anfangsbedingungen führt zu extrem großen Unbestimmtheiten der Endzustände. Hier heißt mit der Unbestimmtheit rechnen, diese Abhängigkeit zu kartografieren und sich nicht mehr auf die Determiniertheit der klassischen Dynamik zu konzentrieren. Wettervorhersagen haben diese Unsicherheiten, wie wir alle wissen. Korrekt ist es, vielen dieser Vorhersagen eine Wahrscheinlichkeit hinzuzufügen, mit der sie eintreffen mag. Diese Wahrscheinlichkeit ist dann eine empirische Größe, die sich aus der Konstellation der Bedingungen und den Hochrechnungen mit etwas verschiedenen Anfangsbedingungen ergibt. Durch die enorme Vergrößerung der meteorologischen Stationen, insbesondere mit Satelliten-Messungen, und die größere Möglichkeit, mit modernen Rechnern verschiedene Szenarien durchzuspielen, sind diese Wahrscheinlichkeiten immer vertrauenswürdiger geworden.

b. Unbestimmtheit in biophysikalischen oder ökophysikalischen Problemen

Im Jahre 1827 beobachtete der englische Botaniker Brown einen Pollen in einer Flüssigkeit mit dem Mikroskop. Er sah, dass sich der Pollen in einer zufälligen Weise bewegte, als ob er belebt wäre. Es dauerte fast 70 Jahre, bis Einstein dieses Phänomen erklären konnte. Er öffnete damit den Weg, Zufalls-Prozesse zu verstehen. Die leichten Teilchen in der Flüssigkeit übertragen Impulse auf das schwere Teilchen und stoßen es in zufälliger Weise herum. Die Kräfte, die sie ausüben, sind unbestimmt. Wir kennen ihre Größe und Richtung nicht. Im Mittel sind diese Kräfte null. Sie befinden sich in einer Grauzone um Null. Die Grenzen dieser Grauzone seien $-K$ und $+K$. Trotzdem bewegt sich der Pollen. Der Grund liegt darin, dass in einem gewissen Zeitraum die Kräfte miteinander korreliert sind. Sie werden nicht abrupt von großen negativen auf große positive Werte umschlagen, sondern eine zeitliche Korrelation aufweisen. Der Physiker bringt also eine weitere Annahme über diese Grauzone ins Spiel, die er als Autokorrelationsfunktion bezeichnet. Einstein ist es gelungen, die Bewegungsgleichung des schweren Teilchens zu lösen, die neben der Trägheit und Reibungskraft die zufälligen externen Kräfte berücksichtigt. Die Lösung führt zu einer mittleren quadratischen Geschwindigkeit, die für große Zeiten proportional zur Stärke der Korrelationsfunktion ist. Wenn das Teilchen für große Zeiten mit der Flüssigkeit ins Gleichgewicht kommt, ergibt sich daraus ein einfacher Zusammenhang zwischen der Stärke der Reibung und der mittleren quadratischen Zufallskraft.

Ähnliche Differentialgleichungen mit zufälligen externen Termen werden benutzt, um komplexe biologische oder ökonomische Systeme zu beschreiben. Die Zufalls-„Kräfte“ mögen politische Krisen oder klimatische Katastrophen sein, die den Zielparameter, z.B. den Preis einer Aktie oder eines Rohstoffs, beeinflussen. Bei diesen im Allgemeinen großen Gleichungssystemen wird eine große Anzahl von Wechselwirkungen parametrisiert, soweit eine solche Parametrisierung möglich ist. Die verbleibenden nicht analysierbaren Einflüsse sind zufällige Störungen, über die nur Mittelwerte und Korrelationen bekannt sind. Im Bestreben, so viel wie möglich über unsere Umwelt zu lernen, hat die Physik Dinge gefunden, die niemals mit Sicherheit bekannt sein werden. Trotzdem ist es durch die Kombination von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Differentialrechnung gelungen, solche Systeme besser zu verstehen.

c. Unbestimmtheit in Quanten-Zufallsmodellen

Die statistische Behandlung von mittelgroßen Quantensystemen wirft neue Fragen auf. Die Teilchenzahl dieser Systeme ist klein verglichen mit thermodynamischen Systemen, es werden vielleicht 100-200 Teilchen betrachtet. Die Systeme selbst sind klein in der Ausdehnung, d.h., sie unterliegen den Gesetzen der Quantenphysik, die wir schon im ersten Kapitel betrachtet haben. Die Abstände der Energiezustände solcher Systeme sind vergleichbar mit oder kleiner als die Genauigkeit, mit der man diese Zustände messen kann. In thermodynamischen Systemen sind die Energiezustände so eng gereiht, dass es hoffnungslos wäre, sie einzeln aufzulösen. In den hier beschriebenen mesoskopischen (mittelgroßen) Systemen ist die mittlere Niveaudichte experimentell zugänglich. Auch das Verhalten der Energieabstände kann untersucht werden. Atomkerne bei Anregungsenergien von einigen Mega Elektronenvolt sind Beispiele dieser Art. Quantum-Billiards, d.h. zweidimensionale Rennbahnen von Elektronen auf Festkörpern sind Systeme ähnlicher Art. Eine theoretische Behandlung dieser Systeme ist der Unbestimmtheit nicht aus dem Wege gegangen, sondern sie modelliert die Unbestimmtheit, um damit gewisse Aspekte der Energie-Niveaus zu beschreiben. Die statistische Behandlung der obengenannten Systeme geht auf Bohr zurück, welcher den Begriff des „Compound Kerns“ geprägt hat, einen zusammengesetzten Atomkern, der durch das Projektil und den Zielkern gebildet wird. Bei niederenergetischen Stößen von Reaktorneutronen mit Atomkernen entschließt sich das Projektil erst nach langem „Kreisen“ um den Zielkern, einen der vielen Endzustände zu wählen. Diese lange Kontaktzeit führt zu einem Quasi- Gleichgewichtszustand, welcher eine statistische Behandlung erlaubt. Seit Heisenberg ist bekannt, dass die Wellenmechanik eine äquivalente Matrixdarstellung besitzt, aber mit einer Matrix für jedes Problem. Moderne Methoden gründen auf einer Theorie, welche statt einer einzigen quantenmechanischen Energiematrix mit wohl bestimmten Energiezuständen eine Klasse von Energiematrizen modelliert, die nur durch ihre Symmetrien eingeschränkt sind. Die Unbestimmtheit hier liegt in der Unfähigkeit des Physikers, die komplexen Wechselwirkungen der im Prinzip wenigen Teilchen im Detail zu modellieren und zu lösen. Der erfolgreiche Weg ist die Abkürzung über eine statistische Verteilung von Matrizen, welche die hauptsächlichsten Symmetrie-Eigenschaften des Modells beinhalten. Man bezeichnet diese Modelle als Zufallsmatrizen-Theorien⁶. Man beachte, wie der theoretische Physiker Struktur in die Grenzfälle hineinbringt, welche die Grauzone ausmachen. Diese Symmetrien sind notwendig, um die Anzahl der möglichen Grenzfälle einzuschränken und diese Subklassen von Grenzfällen mit Subklassen von Ergebnisstrukturen zu korrelieren. Der Erfolg gibt diesem Ansatz recht. Dieser Weg hat sogar Verfechter gefunden, die fundamentale Form und die Kopplungskonstanten des Standardmodells der Elementarteilchen als Ergebnis einer stochastischen Mittelung über generisch bekannte Wechselwirkungen zu finden. Damit würde die Frage nach einer tieferen Klärung der 40 unbekanntenen Kopplungen aller Elementarteilchen und der Form der Wechselwirkungen einer Lösung eines Zufallsmodells zuzuschreiben sein.

⁶ O. Bohigas and H. A. Weidenmüller, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1988, 38, 421-453, Aspects of Chaos in Nuclear Physics. Die Autoren geben eine Einführung in dieses relative neue Gebiet der Physik.

3. Wie können wir die Behandlung der Unbestimmtheit in der Physik besser studieren, was können wir daraus lernen?

Eine Analyse der Unbestimmtheit („uncertainty“) ist notwendig, um sie von der Un(vorher)bestimmtheit (indeterminacy) und Unsicherheit abzugrenzen. Der Begriff der Vagheit mag in der Logik ein Schlüsselbegriff sein, in der Physik wird er fast nicht benutzt. Er ist unerwünscht, weil alle physikalische Konzepte und Ergebnisse klar und wohlbestimmt sein sollen. Insbesondere Grenzfälle höherer Stufe (higher order of vagueness), wie sie vielleicht in der Sprache über Aussagen auftreten, bedürfen einer Erklärung. Ich würde auch solche Unbestimmtheiten unterscheiden, welche das Potential zu einer Bestimmung haben, von anderen Unbestimmtheiten, mit denen man sich abfinden kann und vielleicht für die nächste Zeit abfinden muss.

Die Literatur auf dem Gebiet der Unbestimmtheit in der Physik ist nicht zahlreich. Mit dem Suchbegriff „Vagueness“ findet man eine Doktorarbeit von Pniower⁷ aus Oxford, die sich mit der Unbestimmtheit physikalischer Teilchen in der klassischen Mechanik und in der Quantenmechanik befasst. Beide Gebiete betrachten Teilchen gleicher Art als ununterscheidbar. In der Quantenmechanik kommt noch die unterschiedliche Statistik hinzu. Hier hat ein Philosophie-Student Vorarbeit geleistet. Eines der Hauptprobleme der Philosophen scheint mir folgendes Problem zu sein: Ich zitiere aus dem Cambridge Dictionary of Philosophy

- „to give an adequate characterization of what the phenomenon (of vagueness) is and
- to discuss our ability to reason with this term“.

Ich kann mir vorstellen, dass eine Diskussion zur Unbestimmtheit in der Physik sicher den ersten Punkt erhellen kann, was Unbestimmtheit in der Physik ist, indem sie Beispiele sammelt. In der Vernünftigkeit des Umgangs mit Unbestimmtheit, könnte eine eingehende Untersuchung eines der drei Themen aufgreifen: (a) Wie und wann wird Unbestimmtheit reduziert, indem man ungenaue Resultate verbessert, (b) Wie kann man die Unbestimmtheit kategorisieren, (c) Welche neuen theoretischen Modelle werden konstruiert, Grenzen der Bestimmtheit zu definieren oder (d) Welche Methoden der Entscheidung existieren bei der Reduktion von Komplexität. Neben der erkenntnistheoretischen Einsicht, die sich daraus ergeben mag, verspreche ich mir davon mehr Bescheidenheit, wenn man die Physik unter dem Aspekt der Unbestimmtheit betrachtet. Prigogine hat das Wort von einer „Wiederverzauberung“ der Natur geprägt, welche durch die Ideen am Ende des 20. Jahrhunderts erfolgte. Statt der erbarmungslosen, präzisen, kalten Naturbetrachtung des 19. Jahrhunderts stellt er eine vage, fuzzy und weiche Physik in Aussicht, die uns mit den Problemen der Naturveränderung versöhnt, welche die Zivilisation und Technik vollbracht haben. Im Gegensatz dazu möchte ich vorschlagen, das praktische Vorgehen in den obigen vier Fällen zu untersuchen.

a. Unbestimmtheit als Auftrag zur Klärung

In der pragmatischen Vorgehensweise ist sicher der Stellenwert eines unbestimmten Ergebnisses im Zusammenhang mit dem physikalischen Modell oder der Theorie wichtig. Es gibt unsichere Ergebnisse, die in ihrem Wert nicht dringend zu verbessern sind, weil keiner so

⁷ J. Pniower, *Particles, Objects and Physics*, Ph. D. Thesis Oxford 2005.

recht einsieht, was man aus genaueren Messungen folgern sollte. Unbestimmtheiten können auch schlicht uninteressant sein, wie sich an den eingerichteten Instituten für ESP, extrasensorische Prozesse, gezeigt hat. Nicht alles was eine Abweichung von der erwarteten Wahrscheinlichkeitsverteilung im Alltagsleben zeigt, muss naturwissenschaftlich untersucht werden. Nach 30 Jahren hat im Februar diesen Jahres das Princeton Engineering Anomalies Research Laboratory (PEARL) ⁸geschlossen, nachdem es erfolglos nachzuweisen versuchte, dass der Geist Maschinen beeinflussen kann. Bei Ergebnissen, die eine wichtige Weichenstellung der theoretischen Entwicklung zur Folge haben, ist das anders, hier wird jeder Naturwissenschaftler alles daran setzen, das Resultat so schnell wie möglich so genau wie möglich zu verbessern, um eine entscheidende Antwort zu geben. Besonders zu betonen ist die verantwortliche Position des Experimentators, der eine Schlüsselposition als Entdecker neuer Physik hat, wenn die Ausgangslage vage und dunkel ist. Oft weiß er nicht genau, was er nicht weiß, d.h., was er erforschen sollte. Der spezifische Ablauf des Experiments hängt von der Intuition des Experimentierenden ab, der im Dialog mit seiner Apparatur der Natur neue Erkenntnisse entlockt.

b. Die Unbestimmtheit kategorisieren

In der Physik ist der Begriff des Atomgewichts nichts Unbestimmtes, das Ergebnis aber ergibt unkategorisierbare Grenzfälle, wie gezeigt, nicht ganzzahlige Vielfache des Atomgewichts von Kohlenstoff. Man muss die neue Kategorie finden, in diesem Fall, die Kategorie „Neutronenzahl“ um die unbestimmten Unterschiede erklären zu können. Bei den Hamiltonschen Zufallsmatrizen und bei der Behandlung stochastischer Differentialgleichungen tritt die Absicht hervor, unser Unwissen zu strukturieren, indem man Symmetrieklassen von Zufallsmatrizen konstruiert, welche dann ähnliche Phänomene produzieren. Ebenso ist in der Modellierung von biologischen Systemen die Absicht zu sehen, generische Modellklassen zu finden, welche ohne Kenntnis der individuellen Parameter Erklärungsmuster finden können. Im Umkreis der Chaos- und Komplexität-Theorien gibt es das Rätsel der Evolution, in dem sich Zufall und Struktur in einer unbekanntem Weise miteinander verbinden. Die Theorie der ungeordneten Systeme in der Physik hat hier schon einige Vorarbeiten geleistet, die es lohnt zu studieren.

c. Grenzen der Bestimmtheit definieren

Analog zum erfolgreichen Vorgehen der Quantenmechanik, ist die moderne Physik bestrebt, sich der strukturellen Unbestimmtheiten bewusst zu werden. Die Erhellung solcher epistemischer Unbestimmtheit, die in der Natur der Sache liegt, führt zu einer Theoriebildung, die sich als ungeheuer fruchtbar erwiesen hat. Einen neuen Ansatz in dieser Richtung sehe ich in der theoretischen Arbeit zur Unbestimmtheit von Raum und Zeit, welche ich skizziert habe. Auch hier liefert der theoretische Apparat der nicht kommutativen Geometrie eine Struktur, die auf Grund dieser Unbestimmtheit weitere andere theoretische Konsequenzen, z.B. über schwarze Löcher und ihre Entwicklung vorhersagt. Das Beispiel aus der Quantengravitation zeigt, dass diese Längenunbestimmtheit vielleicht sehr schwer sichtbar gemacht werden kann, da sie zulange in die Geschichte des Universums zurückgeht, nämlich an den Anfang dem Big Bang.

⁸ New York Times Feb. 10th, 2007, The Princeton Lab on ESP Plans to Close its Doors, B. Carey.

d. Physikalische Grenzfälle, mathematisch unscharfe Mengen und „fuzzy“ Logik

In den an die Physik grenzenden Ingenieurwissenschaften ist häufig das Problem anzutreffen, dass Maschinen Entscheidungen treffen müssen, deren Ausgangslage unklar ist. Ein Teil der Parameter tendiert dazu, die Entscheidung in einer Richtung zu fassen, ein anderer Teil plädiert für das Gegenteil. Es hat sich hier der mathematische Zweig der „fuzzy“ Logik etabliert, die gewichtete Aussagen konstruiert, die in jedem Fall zu Entscheidungen führt. In der Physik selbst werden pragmatisch bei der Simulation von großen Systemen auch manchmal solche „Mehrheitsentscheidungen“ getroffen, wenn man versucht, ein komplexes Modellsystem mit dem Computer zu vereinfachen. Eine spezifische Fragestellung ist zum Beispiel die Reduktion eines Systems von Zahlen mit den Werten +1 und -1, die von einem quadratischen Schema der Größe $n \times n$ auf ein System halber Größe $n/2 \times n/2$ reduziert werden sollen. Die Werte „+/-1“ symbolisieren für den Physiker elementare Spineinstellungen, die zu einer makroskopischen Magnetisierung führen, wenn sie alle in die gleiche Richtung zeigen. Bei der Reduktion wird in einem Teilquadrat über 4 Spins gemittelt und der resultierende Spin ist +1 oder -1, je nachdem, ob der Mittelwert positiv oder negativ ist. Wenn sich der Mittelwert zu null ergibt, tritt der vage Grenzfall auf. Dieser muss zufällig, gleich wahrscheinlich auf beide Spineinstellungen verteilt werden. Meistens ist sich der Physiker der Vagheit seiner Programmierung bewusst. Die Einzelheiten dieses Vorgehens sollten vielleicht eingehender studiert werden.⁹

Obig diskutierte Fälle geben zu untersuchende Beispiele, ob und wie mit der Vagheit vernünftig umgegangen werden kann. Es ist zu konkretisieren, in wieweit der philosophische Gebrauch von Grenzfällen eine Entsprechung in der physikalischen Praxis hat. Rechnen ist eine akzentuierte Form des logischen Schließens. Wenn ich also versucht habe zu zeigen, dass der Physiker mit der Unbestimmtheit rechnen kann, dann legt es nahe, dass logisches Schließen, erst recht möglich sein sollte mit mathematisch-empirischen Konzepten. Wenn die Logik sich auf Aussagen beschränkt, ohne ihre Zusammenhänge mit dem Rest des begrifflichen Rahmens, dem Experiment und der Theorie zu machen, wird sie nicht weit kommen. Ich plädiere deshalb für eine detaillierte Beschäftigung mit modaler Logik oder Fuzzy Logik (z.B. *Modelling and Reasoning with Vague Concepts – Studies in Computational Intelligence*, J. Lawry) interessant. Das Arbeiten in der analytischen Philosophie lehnt sich stark an die Mengenlehre an (auch hier gibt es fuzzy sets), berücksichtigt wenig die neuere mathematische Formulierung von Netzwerken mit Begriffen wie Connectedness, Neighbourhoods etc.... Theorien dienen als Umschlagplätze von Konzepten, deren Funktionen sich nicht auf Prädikate reduzieren lassen, welche mengentheoretisch erfassbar sind. Wie fruchtbar Konzepte sich erweisen, zeigen die Zusammenhänge, in denen sie mit anderen stehen. Hier können Grenzfälle die Aufmerksamkeit auf Vagheitsräume lenken, welche sonst verborgen bleiben im Zusammenhangsgefüge. Es ist die Herausforderung dieser Leerräume, die Wissenschaft hervor bringt. Deshalb lohnt sich die Untersuchung der Grauzonen in unseren Wissenschaften.

⁹ H. J. Pirner, *Progr. Part. Nucl. Phys.* 29:33-86,1992, The Color Dielectric Model, Dieser Artikel bezieht sich auf die Blockspintransformation von $SU(N)$ -Matrizen, d.h. von komplizierteren Spinfreiheitsgraden.