

Ludwig Boltzmann ¹

Am 5. September 2006 jährt sich zum 100. Mal der Todestag von Ludwig Boltzmann, einem der bedeutendsten Physiker des 19. Jahrhunderts und Hauptvertreter der mechanischen Wärmetheorie, die Wärmephänomene durch die ungeordnete Bewegung von Atomen erklärt. Die wichtigsten seiner vielen Beiträge sind seine atomistische Begründung des Entropiebegriffs und seine Ideen, wie irreversible, d.h. nur in eine Richtung ablaufende, Vorgänge aus reversiblen, d.h. zeitumkehrinvarianten Naturgesetzen entstehen.

Geboren am 20. Februar 1844 in Wien, war Boltzmann zeit seines Lebens auf Wanderschaft: nach seiner Promotion 1866 an der Universität Wien und der Habilitation 1867 dort Assistent, 1869 Ordinarius für Mathematische Physik in Graz, 1873 für Mathematik in Wien, 1876 für Experimentalphysik in Graz, dann für Theoretische Physik ab 1889 in München, ab 1894 in Wien, ab 1900 in Leipzig, ab 1902 wieder in Wien.

Boltzmann war ein sehr vielseitiger Wissenschaftler, unter anderem auch ein hervorragender Experimentator. Zum Zeitpunkt seiner Berufung nach Leipzig war Boltzmann der führende theoretische Physiker im deutschen Sprachraum, und der Lehrstuhl für Theoretische Physik wurde auf Initiative Ostwalds eigens für ihn geschaffen. Obwohl Ostwald wissenschaftlich die Energetik, einen zu Boltzmanns Ideen völlig gegensätzlichen (und falschen) Ansatz vertrat, war das persönliche Klima in Leipzig gut. Boltzmanns Aufenthalt in Leipzig stand aber bereits unter dem Schatten seiner wachsenden Selbstzweifel und Depressionen, die schließlich dazu führten, dass er sich 1906 das Leben nahm.

Wissenschaftliches Werk

Nachdem in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts erkannt worden war, dass Wärme kein unzerstörbarer Stoff, sondern eine Form der Energie ist, also insbesondere mechanische Arbeit in Wärme umgewandelt werden kann, versuchten die Atomisten, die Wärmeerscheinungen durch die ungeordnete Bewegung der Atome zu erklären. Arbeiten von Clausius 1857/58 folgend, führte Maxwell 1860 den Begriff der Verteilungsfunktion für die Geschwindigkeiten von Gasteilchen ein und leitete für ein räumlich homogenes Gas aus allgemeinen Symmetrieüberlegungen deren Form im thermodynamischen Gleichgewicht ab – die Maxwellverteilung. Boltzmann verallgemeinerte sie 1871 auf Situationen, in denen die Verteilung auch vom Ort abhängt. Sein Resultat, die Maxwell-Boltzmann-Verteilung, gibt ihr auch die physikalisch natürliche Form: die Verteilungsfunktion nimmt mit der Energie des Zustandes exponentiell ab. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Beschreibung durch die Verteilungsfunktion war eine

¹Ungekürzte Fassung des Beitrags zum Band *Jubiläen 2006* der Universität Leipzig.
©M. Salmhofer (2006)

wesentliche Wende in den Grundkonzepten.

1872 leitete Boltzmann die nach ihm benannte Transportgleichung für die zeitliche Entwicklung der Verteilungsfunktion eines verdünnten Gases abseits des Gleichgewichts, aus der Mechanik ab. Er zeigte, dass ihre einzige zeitunabhängige Lösung die Maxwell-Boltzmannverteilung ist, und dass unter der durch die Boltzmann-Gleichung gegebenen Zeitentwicklung eine von ihm definierte Funktion H niemals zunimmt (H -Theorem), sodass $S = -H$ als Entropie interpretiert werden kann. Die H -Funktion Boltzmanns ist (bis auf das Vorzeichen) nichts anderes als die der Verteilungsfunktion zugeordnete Informationsentropie (die unter diesem Namen allerdings erst etwa 70 Jahre später von Shannon eingeführt wurde). Damit schien der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, der Satz von der Zunahme der Entropie, mechanisch begründet.

Boltzmanns Freund Josef Loschmidt brachte jedoch 1876 den schwerwiegenden Umkehrerwand gegen die Gültigkeit der Boltzmann-Gleichung vor: die Gesetze der Mechanik sind reversibel, d.h. die Umkehrung der Bahnen von Teilchen sind ebenfalls Lösung der Newton'schen Gleichungen (ein Film über Bewegung der Planeten um die Sonne zeigt auch, wenn er rückwärts läuft, mechanisch erlaubte Planetenbahnen). Gibt man jedoch einen Tropfen Tinte in ein Glas Wasser, so breitet sie sich aus, bis sie gleichmäßig verteilt ist. Wenn dieser Vorgang, wie von Boltzmann behauptet, ebenfalls aus der Newton'schen Mechanik erklärbar sein sollte, wäre der umgekehrte Vorgang der spontanen Entmischung ebenfalls möglich, wird aber nie beobachtet. Boltzmanns Antwort ist einfach: die Entmischung ist tatsächlich möglich, aber nur dann, wenn die Anfangsbedingung für die Orte und Geschwindigkeiten der einzelnen Tintenpartikel perfekt eingestellt wird. Dies ist aber nicht machbar, und die geringste Abweichung von der perfekten Einstellung führt bereits nicht mehr zu einer Entmischung. – Ein späterer Einwand von Zermelo basiert auf dem Wiederkehreratz Poincars: die mechanische Bewegung im endlichen Volumen ist quasiperiodisch und kommt somit jeder Anfangsbedingung nach ausreichend langer Zeit wieder beliebig nahe. Demnach müssten sich Wasser und Tinte nach der Wiederkehrzeit von selbst wieder entmischen. Boltzmann argumentierte dagegen, in dem er eine Schätzung für die Wiederkehrzeit gab – für den Tintentropfen im Wasserglas wäre diese Zeit um Größenordnungen länger als das Alter des Universums.

Diese Einwände führten dazu, dass Boltzmann sich wieder mit der Entropie beschäftigte. 1877 zeigte er, dass die Entropie S eines thermodynamischen Gleichgewichtszustands mit seiner thermodynamischen Wahrscheinlichkeit W anwächst. Dies gibt dem Gesetz der Zunahme der Entropie die einfache Bedeutung, dass thermodynamische Prozesse in ihrer überwiegenden Mehrheit in Richtung eines wahrscheinlicheren Endzustands verlaufen. In ihrer Kombination aus Prägnanz und Bedeutung ist Boltzmanns Formel $S = k \log W$ vergleichbar mit Einsteins $E = mc^2$. Boltzmann betonte danach in seinen Arbeiten immer wieder, dass der zweite Hauptsatz ein Wahrscheinlichkeitsatz ist: eine Abnahme der Entropie ist möglich, aber für Systeme sehr vieler Teilchen sehr unwahrscheinlich, ebenso, wie die spontane Entmischung von Tinte und Was-

ser prinzipiell möglich, aber extrem unwahrscheinlich ist. Für kleinere Teilchenzahlen sind Schwankungen beobachtbar, und Boltzmann erwähnte bereits 1896, dass sie die Brown'schen Bewegung erklären. Er führte diese Idee jedoch nie quantitativ durch; dies tat erst Einstein im Jahr 1905.

Heute sind Boltzmanns Resultate und Ideen ein zentraler Teil des Lehrgebäudes der Physik. Zu seiner Zeit waren sie vor allem in Deutschland äußerst kontrovers. Der zweite Hauptsatz galt als Grundgesetz der Physik, und im 19. Jahrhundert schien es undenkbar, dass ein solches nur im probabilistischen Sinn gelten könnte. Dazu kamen die Gegner des Atomismus insgesamt, an ihrer Spitze Ernst Mach, nach dessen positivistischer Auffassung Atome – da (damals) unbeobachtbar – in der Begriffsbildung der Naturwissenschaft keinen Platz hatten. Aus heutiger Sicht mag dieser Einwand lächerlich erscheinen, damals jedoch erlaubte er den Gegnern der Atomistik die unkritische Ablehnung der kinetischen Theorie insgesamt.

Dazu kam, dass Boltzmanns Argumente zwar intuitiv überzeugend, aber technisch gesehen nicht immer streng waren. Seine Er widerungen auf die oben genannten ernsthaften Einwände ließen z.B. offen, welchen Status seine "Ableitung" des H -Theorems aus dem Jahr 1872 hatte. Die British Association for the Advancement of Science hielt 1894 eine Konferenz mit dem Zweck ab, das H -Theorem besser zu verstehen. Boltzmann wurde eingeladen und beteiligte sich an der Diskussion, und seine daraus resultierende Arbeiten 1895 ist eine seiner klarsten zur Entropie und zum H -Theorem. Im Laufe der Konferenz klärte Bryan, dass die Ableitung der Boltzmann-Gleichung aus der Mechanik eine zusätzliche Annahme (den Stoßzahlansatz) enthielt, die die Zeitumkehrinvarianz der mechanischen Gleichungen verletzt. Obwohl dieser Ansatz im Kontext, in dem Boltzmann ihn verwendete, in der Tat beinahe selbverständlich erscheint, ist seine strenge Rechtfertigung ein sehr schwieriges, großteils offenes Problem. Erst 1976 bewies Lanford die Gültigkeit der Boltzmann-Gleichung auf einer gewissen Zeitskala für typische Anfangsbedingungen; für lange Zeitskalen ist das Problem mathematisch offen.

Mensch und Lehrer

Trotz seines berühmten Ausspruchs *Eleganz ist für Schneider und Schuster* zum Thema Eleganz wissenschaftlicher Argumente hatte Boltzmann eine Neigung zur Ästhetik, spielte selbst gut Klavier und liebte Theater und Literatur. Er war bekannt für seinen Humor, seine Menschenfreundlichkeit und Offenheit. Auch mit Größen wie Clausius ging er ohne falschen Respekt um. Ebenso behandelte er seine Studenten immer als gleichberechtigte Kollegen. Er war ein hervorragender Lehrer. Lise Meitner, die Boltzmann 1902 bis 1905 als Dozenten erlebte, schreibt:

Er war ein guter Vortragender, in meiner Erinnerung sind seine Vorlesungen die schönsten und anregendsten, die ich jemals gehört habe. Er las

einen vierjährigen Kurs, Mechanik, Hydromechanik und Elastizitätslehre, Elektrizität und Magnetismus, kinetische Gastheorie. Er hatte eine sehr große Tafel in der Mitte, auf die er alle Hauptrechnungen schrieb, und zwei an den Seiten angebrachte Tafeln, wohin die Nebenrechnungen kamen. Alles sehr übersichtlich und klar geschrieben, so dass ich damals oft dachte, man könnte an Hand der Tafeln die ganze Vorlesung rekonstruieren. Er war selbst von allem, was er uns lehrte, so begeistert, dass man aus jeder Vorlesung mit dem Gefühl wegging, es werde einem eine ganz neue und wunderbare Welt eröffnet.

Die scharfe Kritik an seinen Ideen, die er als feindselig empfand, machte ihm sehr zu schaffen. Ob dies wirklich der Hauptgrund für seine Depression und sein tragisches Ende war, wird unklar bleiben.

Aus heutiger Sicht

Boltzmanns Einfluss auf nachfolgende Generationen war groß. Max Planck verwendete seine Methode, den Phasenraum in Zellen zu unterteilen und die wahrscheinlichste Verteilung zu suchen, zur Ableitung der Strahlungsformel, die am Anfang der Quantentheorie stand. Seine Einsichten, wie Irreversibilität aus reversiblen Grundgesetzen entsteht, sind weit über die klassische Mechanik hinaus von Bedeutung, und die Beschreibung von deterministischem, aber chaotischem Verhalten mit Wahrscheinlichkeitstheoretischen Konzepten und Methoden, begonnen von Maxwell und Boltzmann, ist heute in der Theorie der dynamischen Systeme selbverständlich. Boltzmanns Ideen haben die Physik geprägt und sie bleiben bis heute faszinierend und fruchtbar für die physikalische, mathematische und philosophische Forschung.

Manfred Salmhofer, Januar 2006