Beispiel zu b)

$$
\begin{aligned}
y' &= y+1\,, \quad y(0)=0 \\
y^{\text{inh}} &= -1 \qquad \text{(einfache spezielle Lösung)} \\
\left(y^{\text{hom}}\right)' &= y^{\text{hom}} \qquad y^{\text{hom}} = ce^x \\
\rightarrow \boxed{y} &= y^{\text{hom}} + y^{\text{inh}} = \boxed{ce^x - 1} \\
y(0) &= c-1=0 \quad \rightarrow c=1
\end{aligned}
$$

mit a) $\quad (a(x)=1\,,\ b(x)=1)$

$$
\begin{aligned}
y(x) &= \Big[\underbrace{y_0}_{0} + \int_0^x dx' \exp\Big(-\int_0^{x'} dx''\Big)\Big] \exp\Big(+\int_0^x dx'\Big) \\
&= \int_0^x dx'\, e^{-x'}\, e^{x} = -e^{-x'}\Big|_0^x e^x = -1 + e^x
\end{aligned}
$$

"overkill"

Bem. Falls der inhomogene Teil eine Summe:

$$y' - a(x)\,y = b_1(x) + b_2(x)$$

- "rate" bzgl. von $y' - a(x)\,y = b_i(x)$: $y_i^{\text{spec.}} = \ldots$

und erhalte allgemeine Lsg. als

$$y(x) = y^{\text{hom}}(x) + y_1^{\text{spec}}(x) + y_2^{\text{spec}}(x)$$