Komplexe Zahlen; (Lösung der Differentialgleichung für den gedämpften harmonischen Oszillator : vorbereitend)

(eine sehr praxisorientierte Einführung; grundsätzlicher in der Mathematik!)

2.2 *Komplexe Zahlen*

Lösung der quadratischen Gleichung

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = -b/2 \pm \Big(\underbrace{(b/2)^2 - c}_{D:\text{Diskriminante}} \Big)^{1/2} \; (\rightsquigarrow \text{„quadr. Ergänzung“})$$

falls $D < 0$: keine Lösung!

Will immer Lösungen („Hauptsatz der Algebra...“)

Nenne $\underbrace{\sqrt{(-1)}}_{\text{„pos. Wurzel“}} = i$ und rechne weiter wie mit reellen Zahlen

$$\boxed{i^2 = -1}$$

$\boxed{z = x + iy}$, z ist komplexe Zahl mit **Realteil** $-b/2$ und **Imaginärteil** $\pm\sqrt{D}$

wie gesagt: **rechne** wie mit reellen Zahlen („Körper“)

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) \\ z_1 \, z_2 &= (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(y_1 x_2 + x_1 y_2) \end{aligned}$$

konjugiert komplexes $\bar{z} = x - iy$ ($\bar{z}$ auch „z^*“) (Spiegelung an x-Achse)