1.2.5 b) allgemeine lineare DGL. 2. Ordnung mit konstanten Koeff., homogen

Forts.

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} + b\frac{dy}{dx} + cy = 0}$$

Ansatz $y = y_0 e^{\alpha x} \Rightarrow \alpha^2 + b\alpha + c = 0, \alpha_{12} = \ldots$

(siehe nächster Abschnitt!)

quadr. Gl.

mit 2 reellen Lsg.,
1 " " ("entartet")
keiner " "

– auch ohne sofort einen Ansatz zu machen:

formal $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(y(x))$ mit Differentialoperator $\frac{d}{dx} = D$

$= Dy$

$\rightarrow$

$$D^2y + bDy + Cy = 0$$

läßt sich bei zwei reellen Lösungen der obigen quadratischen Gleichung ($\alpha_{1,2}$) schreiben als (oben: $(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2) = 0$)

$$\boxed{(D - \alpha_1)(D - \alpha_2)y = 0} \quad \overset{!}{\text{oder}} \quad (D - \alpha_2)(D - \alpha_1)y = 0$$

$(D - \alpha_{\substack{2\\1}})y = 0$ ist DGL. 1. Ordnung mit bekannter Lsg. $y = y_0 e^{\alpha_{\substack{2\\1}} x}$,
(die dann auch Lsg. der kompletten Gl. ist)

Da es sich um eine lineare DGL handelt (homogen!) kann man Lösungen "superponieren"

$$y = y_0^{(1)} e^{\alpha_1 x} + y_0^{(2)} e^{\alpha_2 x}$$

b.w. $\rightarrow$

– es bleibt wieder der Fall mit nur einer / bzw. keiner reellen Lsg. zu diskutieren!