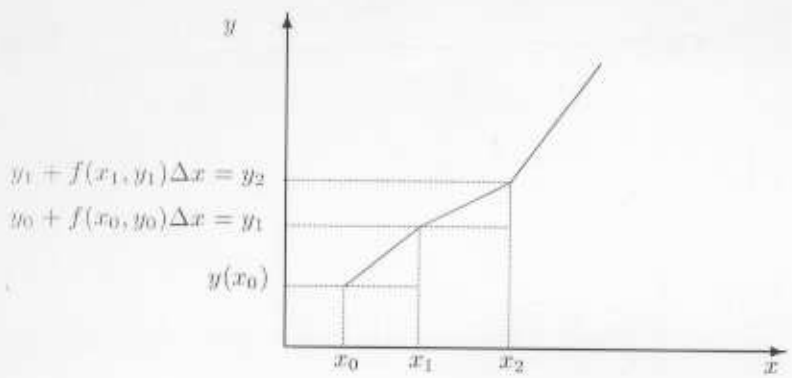
1.2.2 „Naive" Lösung (per Computer)

Einteilung $x_0, x_1, x_2, \ldots$ mit konstantem $\Delta x_i = \Delta x$



Stabilität der Lösung bei Variation der Anfangsbedingungen
$\rightsquigarrow$ Chaostheorie ... numerische Stabilität

- obige DGL. 2. Ordnung $\ddot{x} = -x(t)$ → DGL-System 1. Ord.

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v(t) \\ \dot{v} + x = 0 \end{cases}, \quad \begin{aligned} x(0) &= x_0 (= 1.) \\ v(0) &= v_0 (= 0.) \end{aligned}$$

mit halben Schritten (bessere "Konvergenz" ...)

$$\begin{cases} v(t + \frac{\epsilon}{2}) = v(t - \frac{\epsilon}{2}) + \epsilon \underbrace{\frac{dv}{dt}(t)}_{\dot{v}} \\ \frac{dv}{dt}(t) = \dot{v}(t) = -x(t) \end{cases}$$

↖ Beschleunigung im Intervall gemittelt

Bewegungsgl.

$$x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon\, v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right)$$

↖ Geschwindigkeit im Intervall gemittelt

bei $t = 0$

$$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{\epsilon}{2} \frac{dv}{dt}(t=0) = -\frac{\epsilon}{2} x(0)$$

Schrittweise Lösung (a la Feynman!) → Transparent