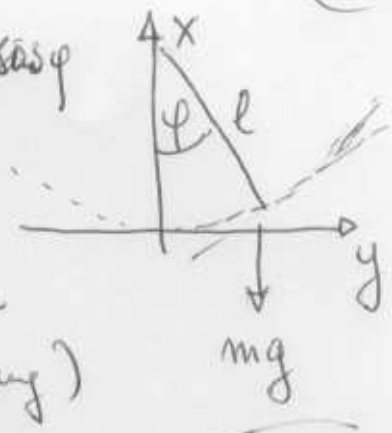
(aber: nicht für

§ 21.5

Faden-Pendel

z.B.

$$m\ddot{x} = -mg + F_z \cos\varphi$$
$$m\ddot{y} = -F_z \sin\varphi$$



$$x = l - l\cos\varphi$$
$$y = l\sin\varphi$$

(F_z: Zwangskraft in Richtung Aufhängung)

$$\dot{x} = l\sin\varphi\,\dot{\varphi}\,,\quad \ddot{x} = l\cos\varphi\,\dot{\varphi}^2 + l\sin\varphi\,\ddot{\varphi}$$
$$\dot{y} = l\cos\varphi\,\dot{\varphi}\,,\quad \ddot{y} = -l\sin\varphi\,\dot{\varphi}^2 + l\cos\varphi\,\ddot{\varphi}$$

unterste Näherung $\sin\varphi \sim \varphi$

eliminiere Zwangskraft: $m\ddot{x}\sin\varphi + m\ddot{y}\cos\varphi = -mg\sin\varphi$

$$\cancel{m}l\left(\left(\cancel{\cos\varphi\,\dot{\varphi}^2} + \sin\varphi\,\ddot{\varphi}\right)\sin\varphi + \left(\cancel{-\sin\varphi\,\dot{\varphi}^2} + \cos\varphi\,\ddot{\varphi}\right)\cos\varphi\right. = -\cancel{m}g\sin\varphi$$

$$l\underbrace{(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)}_{1}\ddot{\varphi} = -g\sin\varphi$$

$$\boxed{\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\sin\varphi} \quad (*)$$

schneller mit Drehmoment D und Trägheitsmoment Θ

D = Kraft × Hebelarm $= -l\,mg\sin\varphi$; $\Theta = m l^2$

$$\rightarrow \Theta\ddot{\varphi} = D\,,\quad \cancel{m}l^{\cancel{2}}\ddot{\varphi} = -\cancel{l}\cancel{m}g\sin\varphi \quad \text{s.o.!}$$

noch bequemer mit Energiesatz:

$$E = T_{kin} + V = \frac{1}{2}m(\underbrace{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}_{\text{s.o. } l^2(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)\dot{\varphi}^2}) + mgx = \text{const.}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2 + mgl(1-\cos\varphi) = E} \Rightarrow$$ Differentiation und φ gibt DGL 2. Ord. $(*)$!