$$\langle \hat{\sigma}^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_i \left(\langle X_i^2 \rangle - 2 \langle X_i \hat{X} \rangle + \langle \hat{X}^2 \rangle \right)$$

Erwartungswert der Stichprobenvarianz

$$= \frac{1}{n} \sum_i \langle X_i^2 \rangle - \langle \hat{X}^2 \rangle = \langle X^2 \rangle - \langle \hat{X} \rangle^2$$

$\langle X^2 \rangle$

$$= (\langle X^2 \rangle - \mu_X^2) - (\langle \hat{X}^2 \rangle - \mu_{\hat{X}}^2)$$

$$= \sigma_X^2 - \sigma_{\hat{X}}^2 \overset{s.o.}{=} \frac{n-1}{n} \sigma_X^2 \neq \sigma_X^2$$

wähle $S^2 = \frac{n}{n-1} \hat{\sigma}^2$ als neue Stichprobenvarianz

(.. ein Wert vom $\langle \hat{X} \rangle$ abhängig!)

Lang/Pucker: "Hinreichend verwirrt?"

---

binomialverteilung $\leftrightarrow$ Normalverteilung

(nächste Übung)