Machen wir uns mit dem Vektorraum der Funktionen vertraut und vergleich mit der Entwicklung eines Vektors $\vec{r}$ in einer Basis $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$

$$\vec{r} = \sum_i x^i \vec{e}_i \quad \text{mit} \quad x^i = (\vec{r}, \vec{e}_i)$$

"Projektion von $\vec{r}$ auf $\vec{e}_i$"

- $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_k = \delta_{ik}$ Orthonormalsystem

($\vec{e}_i$ als Eigenvektoren eines symmetrischen linearen Operators)

$$\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = \sum_i x_1^i x_2^i$$

$$\vec{r}^2 = \sum_i x^{i2}$$

$$\boxed{\vec{r} \leftrightarrow \{x_i\}}$$

vgl. $f(x) = \sum_n a_n f_n(x)$ $\qquad g = \sum_n b_n f_n$

$$a_n = (f, f_n)$$

$$(f,g) = \sum_n a_n b_n$$

$$(f,f) = \sum_n a_n^2$$

$$\boxed{f \leftrightarrow \{a_n\}}$$

"verallgemeinerte Fourierentwicklung"