b) allgemeine lineare DGL. 2. Ordnung mit konstanten Koeff., homogen

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} + b\frac{dy}{dx} + cy = 0}$$

Ansatz $y = y_0 e^{\alpha x} \Rightarrow \alpha^2 + b\alpha + c = 0, \alpha_{12} = \dots$

quadr. Gl.

mit 2 reellen Lsg.
1 " " ("entartet")
keiner " "

- auch ohne sofort einen Ansatz zu machen:

formal $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(y(x))$ mit Differential-operator $\frac{d}{dx} = D$

$= Dy$

$\rightarrow$

$$D^2y + bDy + cy = 0$$

läßt sich bei zwei reellen Lösungen der obigen quadratischen Gleichung ($\alpha_{1,2}$) schreiben als (oben: $(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2) = 0$)

$$\boxed{(D - \alpha_1)(D - \alpha_2)y = 0} \quad \text{!} \quad \text{oder } (D - \alpha_2)(D - \alpha_1)y = 0$$

$(D - \alpha_2)y = 0$ ist DGl. 1. Ordnung mit bekannter Lsg. $y = y_0 e^{\alpha_2 x}$
(die dann auch Lsg. der kompletten Gl. ist)

Da es sich um eine lineare DGL handelt (homogen!) kann man Lösungen "superponieren"

$$y = y_0^{(1)} e^{\alpha_1 x} + y_0^{(2)} e^{\alpha_2 x}$$

b.w. →

- es bleibt wieder der Fall mit nur einer (bzw. keiner) reellen Lsg. zu diskutieren!