Bem. Lösen von DGL. durch Potenzreihenansatz

z.B. $\frac{dy}{dx} = y$: Ansatz $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (in "Wdhl.")

$$\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{\bar{n}=1}^{\infty} a_{\bar{n}-1} x^{\bar{n}-1}$$

"Koeffizientenvergleich": $\boxed{n a_n = a_{n-1}}$

$a_n = \frac{a_{n-1}}{n}$ "Iteration"

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (\text{def. } 0! = 1,\ n! = n(n-1)\ldots 1$$

Bem. Man kann an "singulären" Stellen nicht nach Taylor entwickeln!

z.B. $y = \sqrt{x}$ nicht bei $x = 0$, wohl aber bei $x = 1$..

DGL mit singulären Koeffizienten durch Lösen des "singulären Teils" x_{mod} (Potenzreihenansatz)

z.B. $y' = -\frac{y}{x} + x$ (*) singulär bei $x = 0$

Löse $y' = -\frac{y}{x}$ durch Sep. der Variablen

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x} \qquad \ln y = -\ln x + C,\ y = \frac{\bar{C}}{x}$$

Ansatz $y(x) = \frac{1}{x}(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots)$

einsetzen in (*) und Koeff. Vgl. $\rightarrow a_1, a_2, a_4 \ldots = 0,\ a_3 = \frac{1}{3}$

a_0 freie Int.-Konst.