8. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik III (Quantenmechanik)

Besprechung der Präsenzaufgabe: in den Übungen der 9. Semesterwoche (14.12.07)

Präsenzaufgabe P8: Noch mehr lineare Algebra (3 Punkte)

A und B seien hermitesche Operatoren auf einem Hilbertraum, und $|\, a\rangle$ sei ein Eigenzustand zu A mit Eigenwert a.

a) Unter welcher Voraussetzung ist AB hermitesch?

b) Wie lautet der zum Kommutator $[A, B]$ adjungierte Operator? Bestimmen Sie $c \in \mathbb{C}$ so, dass $c[A, B]$ hermitesch ist.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert von $[A, B]$ im Zustand $|\, a\rangle$.

d) Angenommen, A sei invertierbar. Zeigen Sie, dass $|\, a\rangle$ ein Eigenzustand zu A^{-1} ist, und bestimmen Sie den Eigenwert.

e) Ist der Projektionsoperator $|\, a\rangle \langle a\,|$ invertierbar?

Präsenzaufgabe P9: Dreidimensionaler Hilbertraum (2 Punkte)

Seien $|\, \rho\rangle = (1, 1, 0)^T$ und $|\, \psi\rangle = (1, 0, 1)^T$ Vektoren im Hilbertraum $\mathbb{C}^3$, für den eine Orthonormalbasis gegeben ist durch $|\, e_1\rangle = (1, 0, 0)^T, |\, e_2\rangle = (0, 1, 0)^T, |\, e_3\rangle = (0, 0, 1)^T$.

a) Finden Sie die Matrixelemente von $A \equiv |\, \rho\rangle \langle \psi\,|$ in dieser Basis.

b) Berechnen Sie $A^\dagger$. Ist A hermitesch?

c) Bestimmen Sie die Eigenwerte von A.