

3. Übungsblatt zur Elektrodynamik, Sommersemester '06

Prof. M. G. Schmidt, J. Braun

12. Mai 2006

Abgabe am Freitag, den 19.05.2006 in der Vorlesung

3. 1. (**Präsenzübung: Legendre-Polynome, 1+1 Punkte**) In der Vorlesung haben Sie die Legendre-Polynome $P_l(z)$ kennengelernt. Die Entwicklung von $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ für $r > r'$ lässt sich mit Hilfe der Legendre-Polynome darstellen als

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^l P_l(\cos(\Theta)).$$

Hier bezeichnet Θ den Winkel zwischen \vec{r} und \vec{r}' .

- (a) Entwickeln Sie

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{r\sqrt{1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{r'}{r}\right)\cos(\Theta)}}$$

für $r > r'$ bis zur 3. Ordnung in $\left(\frac{r'}{r}\right)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit der oben angegebenen Darstellung.

- (b) Drücken Sie die Vektoren \vec{r} und \vec{r}' durch Kugelkoordinaten (r, ϑ, φ) bzw. $(r', \vartheta', \varphi')$ aus und berechnen Sie dann $\cos(\Theta)$ als Funktion von ϑ, φ und ϑ', φ' .

3. 2. (**homogen geladene Kugeln, 5 Punkte**)

- (a) (**3 Punkte**) Zwei homogen geladene Kugeln mit Ladungen q_1 und q_2 und Radien R_1 and R_2 befinden sich im Abstand $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = r_{12} > R_1 + R_2$. Berechnen Sie die elektrostatische Selbstenergie!
- (b) (**2 Punkte**) Was ergibt sich, falls die Ladungen q_i homogen nur auf den Oberflächen der Kugeln verteilt sind?

3. 3. (**Ladungsverteilung, 5 Punkte**) Die z -Achse trage zwischen $z = -a$ und $z = a$ die konstante Ladung λ pro Längeneinheit.

- (a) (**3 Punkte**) Berechnen Sie das Potential $\phi(\vec{r})$.
- (b) (**2 Punkte**) Berechnen Sie $\phi(\vec{r})$ für $a \gg r$. Was erhält man in diesem Fall für das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$? Vergleichen Sie das Ergebnis für $\phi(\vec{r})$ mit dem Potential aus Präsenzübung 2.3.!

3. 4. (**Dipolmoment und Verwendung der δ -Distribution, 4 Punkte**)

- (a) (**3 Punkte**) Berechnen Sie das elektrostatische Potential ϕ und das elektrische Feld \vec{E} für die folgende Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$: (\vec{p} sei ein beliebiger konstanter Vektor)

$$\rho(\vec{r}) = \vec{p} \cdot \vec{\nabla} \delta(\vec{r})$$

- (b) (**1 Punkte**) Man untersuche ob bzw. unter welchen Bedingungen das Dipolmoment von der Wahl des Koordinatenursprungs unabhängig ist.

3. 5. (**Elektrischer Multipol, 4 Punkte**) Entwickeln Sie für $|\vec{r}| \gg a$ das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ der Ladungsverteilung

$$\rho(\vec{r}) = q \left[\delta^{(3)}(\vec{r} - (a, a, 0)) + \delta^{(3)}(\vec{r} - (-a, -a, 0)) - \delta^{(3)}(\vec{r} - (a, -a, 0)) - \delta^{(3)}(\vec{r} - (-a, a, 0)) \right]$$

ALESSANDRO VOLTA

Alessandro Volta wurde am 18. Februar 1745 in der italienischen Stadt Como in einer Adelsfamilie geboren. Noch auf der Schulbank gewann er die Naturwissenschaften lieb; als Neunundzwanzigjähriger wurde er Physiklehrer in seiner Heimatstadt. Fünf Jahre später erhielt er einen Ruf als Professor an die Universität in Pavia.

Als Student gab er seine erste wissenschaftliche Arbeit „Über die Anziehungskraft des elektrischen Feuers und die damit zusammenhängenden Erscheinungen“ heraus. In den ersten Jahren seines Wirkens in Como und Pavia entwickelte er eine ganze Reihe von Geräten, von denen wenigstens das Elektroskop mit den Strohhalmen genannt sei, das er durch Anbringen eines Kondensators verbesserte.

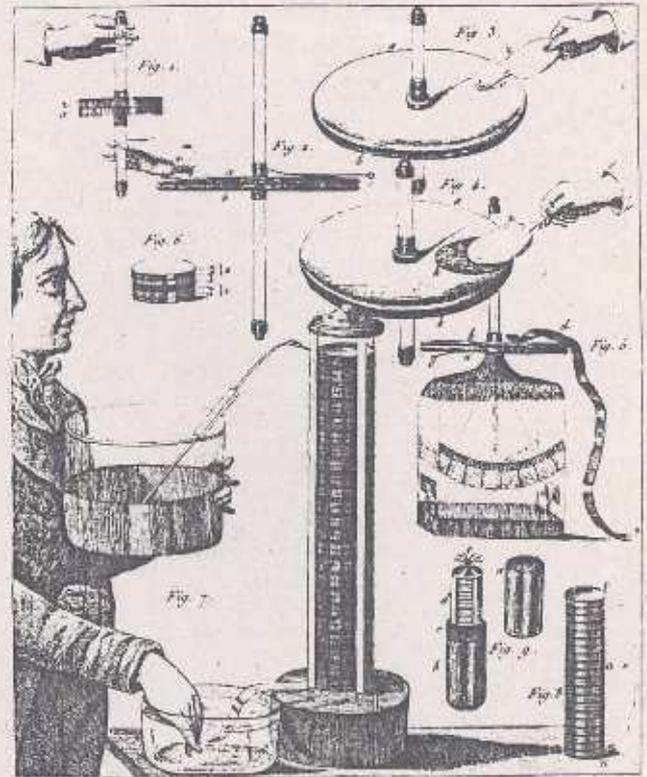
Als im Jahre 1791 Luigi Galvani seine Arbeiten und Versuchsergebnisse mit präparierten Froschnerven und -muskeln veröffentlichte, nahm Volta zuerst seine Hypothese von der „tierischen Elektrizität“ auf. Als er aber die Galvanischen Versuche selbst wiederholte, vertrat er die Auffassung, daß der Grund für das Entstehen des elektrischen Stromes in den Muskeln und Nerven eines präparierten Frosches in zwei miteinander verbundenen unterschiedlichen Metallen zu suchen ist, die gleichzeitig elektrisch über die leitfähige Flüssigkeit des tierischen Gewebes verbunden sind.

Der mehrjährige wissenschaftliche Streit zwischen Galvani und Volta endete mit Voltas Sieg und mündete gleichzeitig in die Erfindung der galvanischen Batterie, der sogenannten Voltaschen Säule, die Weltruf erlangte.

Der Entdeckung gingen die Entwicklung der sogenannten Kontakttheorie und Versuche voraus, deren Grundlage der Kontakt zweier unterschiedlicher Metalle war, die Volta so in einer Reihe anordnete (Voltasche Spannungsreihe), daß zwei Metalle stets eine um so größere Potentialdifferenz aufwiesen, je weiter sie in der Reihe voneinander entfernt lagen.

Diese Erkenntnisse wie auch die Ergebnisse einer analogen Untersuchung der Flüssigkeiten wurden Grundlage der Voltaschen Säule, die sich ursprünglich aus mehreren Paaren Kupfer- und Zinkringen, die in Salzwasser getaucht waren, zusammensetzte.

Später fertigte er noch eine andere Abwandlung der „Säule“



Kontaktelektrizität und Voltasäule. Diese Abbildung entstand aus Voltas Vortrag in Paris 1801, in dem er seine Theorie der Voltasäule schilderte.

an, bei der sich der Flüssigkeitsleiter in zwei Gefäßen befindet und in jedes Gefäß eine Kupfer- und eine Zinkplatte getaucht sind. Die Platten berühren sich in der Flüssigkeit nicht, sind aber außerhalb leitend verbunden. Das einzelne Gefäß stellt eigentlich ein Element der ursprünglichen „Säule“ dar und wird heute als das Voltasche Element bezeichnet.

Volta reiste viel und unterhielt persönliche Kontakte mit den hervorragenden zeitgenössischen Gelehrten. Im Jahre 1782 war er auch in der Slowakei, wo er die Hochschule für Bergbau in Banská Štiavnica besuchte.

Im Jahre 1791 ernannte ihn die Londoner Royal Society zum Mitglied und verlieh ihm ihre Goldmedaille. Mit einer Vielzahl von Ehrungen und Auszeichnungen wurde er überhäuft. Es war ihm vergönnt, über seine Entdeckungen im Jahre 1801 vor der Französischen Akademie in Anwesenheit des ersten Konsuls, Napoleon Bonaparte, Vorlesungen zu halten. 1810 erhielt er das Adelsprädikat eines Grafen und wurde Senator von Italien.

1815 wurde er Direktor der Philosophischen Fakultät in Pavia, vier Jahre später zog er sich jedoch ins heimliche Como zurück, um sich zur Ruhe zu setzen und endlich mehr seiner Familie zu widmen. Dort starb er auch am 5. März 1827 im Alter von 82 Jahren.

aus BOREC: Guten Tag, Herr Aspero!

Mit Hilfe der von Volta angegebenen Bauvorschrift war es sehr leicht möglich, sich eine »Säule« selbst herzustellen. Man brauchte nur blankgeriebene Kupfermünzen, Zinkplättchen und (in Salzwasser getränktes) Löschpapier, und mußte diese regelmäßig und fortgesetzt aufeinander-schichten. Damit hatte man erstmals die Möglichkeit, einigermaßen konstante elektrische Ströme zu erzeugen und mit ihnen zu experimentieren. Die Voltasche Säule öffnete das Tor in eine neue physikalische Welt, in den Bereich der Phänomene, die man heute unter dem Begriff »stromende Elektrizität« zusammenfaßt.

Die Voltasche Säule war ein physikalischer Apparat, die Erfindung hatte also mit »Technik« im engeren Sinne (zunächst) nichts zu tun. Heute freilich gehören Batterien zu den selbstverständlichsten technischen Erzeugnissen. Die Ausführung wurde vielfach verbessert und der Apparat in Milliarden Stückzahlen von der Industrie produziert. *

aus HERRMANN: Weltreich der Physik



7. November 1800: Alessandro Volta demonstriert seine neu erfundene Säule den Pariser Akademikern, in ihrer Mitte der erste Konsul Napoleon Bonaparte.