

# INHALTSVERZEICHNIS

von Band 4

Bibliographische Angaben zu den Veröffentlichungen sind dem Schriftenverzeichnis im Anhang zu entnehmen. Die Titel der Abhandlungen sind originalgetreu wiedergegeben.

	Seite
Zum Geleit . . . . .	v
Vorwort . . . . .	vii
Inhaltsverzeichnis . . . . .	ix
Einleitung . . . . .	xi
<i>Zur Akustik der Atmosphäre</i> . . . . .	3
<i>Theorie der Pigmente von größter Leuchtkraft</i> . . . . .	13
<i>Grundlinien einer Theorie der Farbenmetrik im Tagesehen</i> . . . . .	33
<i>Farbenmetrik</i> . . . . .	133
<i>Ton und Farbe</i> . . . . .	141
<i>Einiges über die Sterne</i> . . . . .	143
<i>Über den Ursprung der Empfindlichkeitskurven des Auges</i> . . . . .	148
<i>Über Farbmessung</i> . . . . .	153
<i>Über die subjektiven Sternfarben und die Qualität der Dämmerungsempfindung</i> . . . . .	157
<i>Otto Lummer †</i> . . . . .	161
<i>Über das Verhältnis der Vierfarben- zur Dreifarben- theorie</i> . . . . .	163
<i>Die Gesichtsempfindungen</i> . . . . .	183
<i>Der erkenntnistheoretische Wert physikalischer Modellvorstellungen</i> . . . . .	288
<i>Was ist ein Naturgesetz?</i> . . . . .	295
<i>Einstein explained</i> . . . . .	298
<i>Antrittsrede des Hrn. Schrödinger</i> . . . . .	303
<i>Adresse an Hrn. Max Planck zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 28. Juni 1929 [ungezeichnet]</i> . . . . .	308
<i>The Nature of the Physical World [Referat]</i> . . . . .	310
<i>Das Rätsel des Lichts</i> . . . . .	311
<i>Das Gesetz der Zufälle. Der Kampf um Ursache und Wirkung in den modernen Naturwissenschaften</i> . . . . .	316
<i>Das gehetzte Licht</i> . . . . .	318
<i>Was ist eigentlich Elektrizität?</i> . . . . .	321
<i>Wissenschaft-Kunst-Spiel</i> . . . . .	324
<i>Verabsäumte Pflichten</i> . . . . .	329
<i>Naturwissenschaft und Ethik</i> . . . . .	330

<i>Interviews with great scientists. Prof. Schrödinger</i>	332
<i>Anmerkungen zum Kausalproblem</i>	335
<i>Warum sind die Atome so klein?</i>	341
<i>Über die Unanwendbarkeit der Geometrie im Kleinen</i>	342
<i>Quelques remarques au sujet des bases de la connaissance scientifique</i>	345
<i>Gleichheit und Relativität der Freiheit</i>	356
<i>Les Prix Nobel en 1933. [Trinkspruch]</i>	359
<i>Les Prix Nobel en 1933. Erwin Schrödinger</i>	361
<i>Indeterminism and Free Will</i>	364
<i>World Structure</i>	366
<i>Prof. Richard Bär [Nachruf]</i>	369
<i>La structure de l'Univers en relation avec la structure corpusculaire</i>	370
<i>Österreichische Wissenschaft</i>	375
<i>Der Geist der Naturwissenschaft</i>	379
<i>Die Besonderheit des Weltbilds der Naturwissenschaft</i>	409
<i>Theoretiker und Praktiker</i>	454
<i>What is an elementary particle?</i>	456
<i>The Future of Understanding</i>	464
<i>Are There Quantum Jumps? Part I</i>	478
<i>Are There Quantum Jumps? Part II</i>	493
<i>L'image actuelle de la matière (Sommaire) – Unsere Vorstellung von der Materie</i>	503
<i>What Is Matter?</i>	527
<i>Orientierung im Weltall</i>	533
<i>Erdalter und Weltalter</i>	538
<i>Die Kohlenstoff – Uhr</i>	544
<i>Raum und Zeit</i>	550
<i>The Philosophy of Experiment</i>	558
<i>Atomenergie</i>	569
<i>Die Atomisten</i>	575
<i>Festrede, gehalten bei der Eröffnung der fünften Weltkraftkonferenz, Wien 1956</i>	585
<i>Zur Geistesgeschichte der Stellung der Menschen</i>	592
<i>Die Atomtheorie</i>	595
<i>Die Wandlung des physikalischen Weltbegriffs</i>	600
<i>Infinities – A Discourse on Transfinite Numbers</i>	609

#### ANHANG

<i>Nachwort und Hinweise für den Benutzer</i>	615
<i>Schriftenverzeichnis</i>	617
<i>Zeittafel</i>	646
<i>Ehrungen und Mitgliedschaften</i>	649

In der wissenschaftlichen Sitzung am 8. Dezember 1928 sprach

## Herr Professor Dr. E. Schrödinger-Berlin

über:

„Der erkenntnistheoretische Wert physikalischer Modellvorstellungen.“

Gewiß jeder, der sich in den letzten Jahrzehnten mit den Forschungen über die Struktur der Materie befaßt hat, ist wenigstens augenblicksweise von einem Gefühl nachwandlerischen Schwindels befallen worden, angesichts der unwahrscheinlich genauen Detailbehauptungen, zu denen wir da gelangt sein wollen. Und er hat sich gefragt: Ja zum Donnerwetter, ist das wirklich bewiesen und sicher, existieren diese Atome und Elektronen usw. wirklich so und in diesen Anordnungen? Sind sie wirklich (wie viele behaupten) so sicher gestellt wie handgreifliche Bestandteile meiner Umgebung?

Betrachten wir irgendeinen Umgebungsbestandteil, z. B. dieses Obstkörbchen, und fragen wir uns: warum und in welchem Sinn schreiben wir ihm reale Existenz zu, wodurch unterscheidet es sich von einem gemalten Obstkörbchen oder von einer Halluzination? Genauere Analyse zeigt, daß dieses Obstkörbchen eigentlich nichts ist als ein Gerüst für einige wirklich vorhandene und eine große Menge möglicher, virtueller Sinneswahrnehmungen, die wir in bestimmter Abhängigkeit voneinander mit Bestimmtheit erwarten. Erstens einmal: das Gesichtsbild bleibt, solange wir unseren Standpunkt nicht ändern; dadurch unterscheidet es sich von einer Halluzination. Es ändert sich in ganz bestimmter Weise, wenn wir ihn ändern. Wir erwarten gewisse Tastempfindungen beim Berühren, Geschmacksempfindungen, wenn wir in eine Frucht hineinbeißen, das Körbchen wird knistern, wenn wir es drücken usw. All dieser Erwartungen sind wir uns i. a. nicht bewußt, aber sie sind unbewußt zusammengedrängt in dem, was wir ein wirklich existierendes Obstkörbchen nennen. Und so geht es mit anderen Bestandteilen unserer Umgebung auch, das ist die Wirklichkeit, die uns umgibt: einige aktuelle Wahrnehmungen und Empfindungen werden automatisch ergänzt durch eine Fülle virtueller Wahrnehmungen und erscheinen, zu abhängigen Komplexen zusammengeschlossen, als existierende Objekte. Verschiedene menschliche Individuen nehmen diese Ergänzung in sehr verschiedenem Grad und Lebhaftigkeit vor, wir charakterisieren sie als aufgeweckt oder stumpf, äppisch oder klug, wissend oder ungebildet.

Einen anderen Sinn als den eben angedeuteten darf man nun wohl dem Begriff „wirklich Existieren“ auch für Objekte der Wissenschaft nicht beilegen. Es wäre leicht für die Wissenschaften der Biologie, der Geologie, der Astronomie zu zeigen, daß das auch wirklich geschieht. Die rezente Biologie entfernt sich dabei überhaupt noch kaum merklich von der Denkweise des gewöhnlichen Lebens. Die Paläobiologie, die Geologie, wenn sie von dem spricht, was vor Jahrzehntausenden und Jahrmillionen auf der Erde sich ereignet hat, ergänzt das Selbsterfahrene durch die virtuellen, prinzipiell möglichen Beobachtungen eines in jene Zeit zurückversetzten menschlichen Zeugen. Ein klein wenig heikler ist die Sache vielleicht schon bei der Astronomie. Immerhin haben auch ihre Aus-

sagen eigentlich keinen anderen Sinn als mit Bezug auf virtuelle Beobachtungen, wer kennt nicht aus populären Vorlesungen Wendungen wie: also wenn Sie sich auf ein Flugzeug setzen könnten, das 200 km in der Stunde macht, so würden Sie, um bis zu jenem Stern zu gelangen usw.

Was uns nun bei den Objekten der Physik gelegentlich erkenntnistheoretisch bange macht, ist offenbar die Besorgnis, ob in diesen Fällen überhaupt noch virtuelle Beobachtungen prinzipiell denkbar sind, auf welche das „wirklich Existieren“ dieser Objekte bezogen werden kann. Diese Besorgnis ist nicht unberechtigt. Sie gründet sich auf die außerordentliche Feinheit der Strukturen, um die es sich da handeln soll. Nehmen Sie die Raumgitter der Kristalle. Nehmen Sie das Bohr'sche Atom mit seinem Kern und seinen verschlungenen Elektronenbahnen. Modelle davon, in großem Maßstabe, können wir von allen Seiten betrachten, betasten. Gibt es irgend etwas, irgendeine wenigstens prinzipiell vorstellbare Beobachtung, welche diesem Beschauen und Betasten an den Atomen und Elektronen selbst entspricht?

Nun das Besehen hat bekanntlich seine Schwierigkeiten. Sie wissen, diese Strukturen sind viel feiner, als daß sie sich dem für uns sichtbaren Licht überhaupt aufprägen könnten. Das Mikroskop hat eine Leistungsgrenze, nur Strukturen von etwa der Kleinheit der Lichtwellenlänge können noch einigermaßen erkannt werden, feinere nicht. Das sichtbare Licht ist für unsere Objekte viele tausendmal zu grob. Wir müßten feineres Licht nehmen, kurzwellige Röntgenstrahlen. Und damit ist man nun wirklich in einem Fall, beim Raumgitter der Kristalle so weit gekommen, daß man wohl das wirkliche Beschauen dieser Struktur als virtuelle Beobachtung gelten lassen darf. Die Laue'sche Beugungsfigur eines Kristalls im Röntgenlicht ist etwas vollkommen Analoges, wie die Beugungsfigur, die ein mikroskopisches Objekt in der Brennebene erzeugt. Es fehlen uns zwar die Linsen, um es wirklich zu einem Bild zu vereinigen, aber wir können die Beschaffenheit, die das Bild haben würde, so eindeutig erschließen, daß die wirkliche Beobachtung dadurch in völlig befriedigender Weise ersetzt wird.

Wie steht es nun mit dem Atom? Die Laue-Bilder geben auch einen gewissen (ebenso direkten) Einblick in die Anordnung der Elektronen im Atom. In den Gitterpunkten sitzen ja Atome, und man kann aus den Bildern erschließen, daß das, was streut (nach der Theorie: die Elektronen), eine gewisse, räumliche Ausdehnung und Anordnung besitzt. Aber leider tritt nun hier nach weitgehender Steigerung des räumlichen Auflösungsvermögens, die Grobheit unseres zeitlichen Auflösungsvermögens sehr hindernd in den Weg. Wir bekommen nicht ein Bild von der augenblicklichen Verteilung der „streuenden Substanz“, sondern von der mittleren Verteilung während einer Zeit, während welcher im Bohr'schen Modell die Elektronen viele, viele Umläufe vollziehen sollen, wobei sie, (da die Bahnen ja nicht exakt periodisch sind, sondern Präzessionen und Periheldrehungen vollführen), den ganzen Raumteil in der Umgebung des Kerns abstreichen. Es ist hier also nicht davon die Rede, daß sich wirklich das einzelne Elektron an einem bestimmten Ort oder auch nur die einzelne Elektronenbahn in bestimmter Form feststellen ließe. Wäre „das Streuende“ wirklich schon in jedem Augenblick diffus räumlich verteilt, so würde sich dasselbe Bild ergeben.

Nun brauchte ja aber die virtuelle Beobachtung, auf welche wir die Behauptung von der wirklichen Existenz der Elektronenbahnen gründen wollen, nicht gerade den Charakter einer direkten visuellen Beobachtung, eines Sehens zu haben. Man könnte sich sagen: Die Elektronen sind „Feldzentren“, die sich als solche natürlich nicht so direkt „sehen“ lassen. Das, was an ihnen beobachtbar ist, ist ihr Feld. Wir kennen die Gesetze des Feldes bewegter Ladungen aus makroskopischen Versuchen, wir kennen ferner die Gesetze, nach denen die Elektronen in einem äußeren elektromagnetischen Feld sich bewegen, vor allem aus den Versuchen mit Kathodenstrahlen. Die Behauptung, daß wirklich solche Elektronen, wie wir sie aus dem Kathodenstrahl kennen, sich auf diesen winzigen Bahnen bewegen, kann keinen anderen Sinn haben, als daß sie nach denselben Gesetzen sich bewegen und von Feld umgeben sind wie dort. Denn das Elektron der Kathodenstrahlen war begrifflich nichts weiter als ein Feldzentrum, das vom äußeren Feld in bestimmter Weise angegriffen wird. Fragen wir also: kann man es als prinzipiell möglich bezeichnen, durch genaue Registrierung des elektromagnetischen Wechselfeldes, das ein einzelnes Atom umgibt, die von der Bohrschen Theorie behaupteten Elektronenumläufe zu erschließen?

Sie wissen, daß die Antwort: *Nein* lautet. Und zwar ganz unabhängig davon, ob man eine so genaue Feldregistrierung am Einzelatom für möglich hält oder nicht. Nicht nur erfüllen die Bahnen selbst nicht „die gewöhnlichen Gesetze der Elektrodynamik“, sondern auch das Feld ist ein total anderes, als man erwarten würde, es enthält ganz andere Frequenzen als die Frequenzen der Elektronenumläufe sein sollten, — das läßt sich schon aus dem Gesamteffekt vieler Atome erkennen, und das gestand die Bohrsche Theorie ja von allem Anfang an offen ein.

In dem Augenblick, wo man sich das klar gemacht hat, ist aber die erkenntnistheoretische Frage: existieren die Elektronen im Atom auf diesen Bahnen wirklich? mit einem überzeugten *Nein* zu beantworten, wenn man es nicht vorzieht, der Fragestellung jeden Sinn abzusprechen. Es hat nämlich tatsächlich nicht viel Sinn, nach der wirklichen Existenz von etwas zu fragen, wenn man doch überzeugt ist, daß die beobachtbare Wirkung, durch die es sich manifestieren würde, wenn es existierte, sicher nicht beobachtet wird. Trotz der unermesslichen Förderung, welche wir der Bohrschen Theorie verdanken, halte ich es für sehr beklagenswert, daß das lange erfolgreiche Hantieren mit ihren Bildern unser erkenntnistheoretisches Taktgefühl solchen Fragen gegenüber abgestumpft hat. Wir müssen es unbedingt wieder schärfen, damit wir uns mit den neuen Theorien, die heute an die Stelle der Bohrschen getreten sind, nicht allzu rasch zufrieden geben, nicht glauben, am Ziel zu sein, wenn wir es noch lange nicht sind.

Es ist heute nicht meine Aufgabe, diese neuen Theorien, sei es auch nur in ihren Grundzügen, vor Ihnen zu entwickeln, wohl aber will ich von einem neuen, merkwürdigen und folgenschweren erkenntnistheoretischen Gesichtspunkt sprechen, der dabei zu Tage getreten ist.

Erinnern Sie sich an die Leistungsgrenze des Mikroskops, von der ich früher sprach. Man kann eine Gewebestruktur von, sagen wir  $100 \text{ \AA}$  Maschenweite, mit

sichtbarem Licht von  $\lambda =$  einige  $1000 \text{ \AA}$  einfach deshalb nicht mehr „sehen“, weil eine so feine Struktur sich einem so groben Agens schlechterdings nicht aufzuprägen vermag. Nehme ich dagegen Röntgenlicht  $\lambda = 1 \text{ \AA}$ , so gelingt es ohne weiteres. Diese Beobachtungsgrenze ist also eine relative, abhängig von der Feinheit des benutzten Lichtes. Die neue Erkenntnis (oder Vermutung), von der ich sprechen will, behauptet nun, daß es eine absolute Grenze von ähnlicher Art gebe. Die Natur selbst, soweit sie unserer Beobachtung zugänglich ist (und was darüber ist, ist nicht Gegenstand der Naturforschung) enthält nicht mehr Detailstruktur — ganz ähnlich wie das abgelenkte gelbe Licht die Detailstruktur eines allzu feinen Gewebes eben einfach nicht enthält, weshalb sie auch nicht aus dem Beugungsbild abgelesen werden kann.

Doch handelt es sich bei dieser absoluten Grenze nicht um eine rein räumliche — in dem Punkt hinkt die Analogie. Räumlich können wir prinzipiell so weit gehen wie wir wollen, wir müssen bloß immer kurzwelligeres Licht verwenden. Vielmehr bezieht sich die Grenze (und das ist vielleicht recht befriedigend) auf das Räumlich-Zeitliche, auf jene Union von Raum und Zeit, die nach der Relativitätstheorie das zutreffende Anschauungsschema, die „Welt“ ausmacht.

Um das ein wenig deutlich zu machen, erinnere ich Sie zunächst an das praktische Beispiel, von dem früher die Rede war. Durch Verwendung kurzwelligeren Röntgenlichtes war es uns gelungen, die räumliche Unterscheidungsfähigkeit bis zur Unterschreitung atomarer Dimensionen zu schärfen. Aber der Mangel an zeitlicher Unterscheidungsfähigkeit ließ uns doch wieder nur ein „verschwommenes“ (zeitlich verschwommenes) Bild der Elektronenanordnung erkennen.

Ein anderes, theoretisches, Beispiel. Atomare Energien messen wir durch Frequenzmessung nach der Grundgleichung der Quantentheorie:

$$E = h\nu$$

Dazu bedarf es einer gewissen Zeit. Stellen wir es uns grob sinnlich vor: wir zählen  $n$  Schwingungen und stoppen die Zeit  $\Delta t$  ab, dann ist

$$\nu = \frac{n}{\Delta t},$$

aber offenbar mit einem Fehler  $\Delta \nu = \frac{1}{\Delta t}$ , weil ja der Vorgang des Zählens nur eine ganze Zahl als Ergebnis liefert, also auf  $\pm \frac{1}{2}$  ungenau ist. Das ergibt einen

möglichen Fehler der Energiemessung von  $\Delta E = \frac{h}{\Delta t}$ ; also  $\Delta t \times \Delta E = h$ .

Das Produkt: Unschärfe der Energie  $\times$  Unschärfe des Zeitpunktes ist größenordnungsmäßig durch  $h$  gegeben. — Die Energie ist — relativistisch — die 4. Komponente des Energieimpulsvektors, die Zeit die des Ortsvektors. Die Unschärfebeziehung überträgt sich auf die anderen Komponenten, z. B.:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h,$$

wo  $p_x$  der Impuls in der  $x$ -Richtung ist. So gehören immer zwei Variable zusammen, die einander in der Schärfe beeinträchtigen, indem das Produkt

ihrer Unschärfen  $= h$  ist (größenordnungsmäßig). Es sind die nach der Hamiltonschen Mechanik „konjugierten“ Variablen.

Der Gedanke, der auf Heisenberg zurückgeht, hat etwas Befriedigendes, weil er uns über die mißlungenen Versuche tröstet, die wir unternommen hatten, unseren speziellen Bildern wenigstens durch virtuelle Beobachtungen Wirklichkeitswert zuzusprechen. Wir haben offenbar in manchen Fällen Beobachtungen für prinzipiell möglich gehalten, die es in Wahrheit nicht sind, und sind so in Widersprüche verwickelt worden — z. B. in den Widerspruch, daß dem Licht gleichzeitig die Eigenschaften einer Wellenstrahlung und einer korpuskularen Strahlung zukommen sollen (und ebenso den Kathodenstrahlen, wie wir heute wissen). Heisenbergs Gedanke hat aber auch etwas tief Aufregendes. Er macht das Sprechen mit den früheren Worten und Begriffen ungeheuer schwer. Manche ersten Fragen von früher macht er illusorisch. In einem bestimmten Zeitpunkt nach der Energie eines Systems zu fragen, soll keinen Sinn haben. Dann wird die Frage, die uns so brennend interessiert, ob die Energie wirklich sprunghaft oder stetig von einem Atom auf das andere übergeht, natürlich illusorisch. Ort und Geschwindigkeit eines Massenpunktes lassen sich nicht beide scharf angeben. Dann ist ein Massenpunkt ein Ding, das nicht eine bestimmte Bahn beschreibt, die Frage, welche Bahn er beschreibt, wird im bisherigen Sinn illusorisch. — Der neue Gedanke verbietet offenbar überhaupt die Formung von Bildern oder Modellen, welche das Raumzeitkontinuum in allen Details lückenlos, eindeutig und stetig ausfüllen. Die beobachtbare Welt (und eine andere geht uns als Naturforscher nichts an) ist vielleicht eigentlich kein Kontinuum! Vor der Frage, wie wir sie uns anders vorstellen sollen, stehen wir aber heute noch als vor einem vollkommenen Rätsel. Mit der Antwort, die mir der geniale junge Dirac einmal im Gespräch gegeben hat: überhaupt nicht vorstellen! — werden wir uns nicht auf die Dauer zufrieden geben.

Abgelesen wurde der neue Gedanke merkwürdigerweise aus einem sehr bestimmten Bild, aus einem, das detaillierter als jedes frühere das Raumzeitkontinuum lückenlos und eindeutig mit Geschehen erfüllte: nämlich aus dem Bilde der Wellenmechanik. Das mag im ersten Augenblick frappieren. Aber wenn Heisenberg recht hat, wenn wirklich diese fundamentale Schranke der Beobachtungsschärfe besteht, so ist es nicht sehr verwunderlich, daß wir, denen der analoge Sachverhalt aus der Wellenoptik geläufig ist, ein undulatorisches Bild der Materie besonders passend finden, um auch diese universelle Grenze zu erfassen. Man ersetze den Massenpunkt durch eine Wellengruppe, wobei Wellenlänge  $\lambda$  und Impuls  $p$  so zusammenhängen:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Um eine Gruppe aufzubauen braucht man aber ein gewisses  $\lambda$ -Intervall und zwar so groß, daß, wenn  $\Delta X$  die „Dicke“ (Tiefe) des Packets“ ist,  $\frac{\Delta X}{\lambda}$  (d. i. die Anzahl der Wellen, die auf die Strecke  $\Delta X$  entfallen) um die Größenordnung 1 schwankt:

$$\Delta X \cdot \Delta \left( \frac{1}{\lambda} \right) = 1$$

nach der Hamil-

Befriedigendes, nommen hatten, chtungen Wirk- Beobachtungen und sind so in daß dem Licht r korpuskularen wie wir heute es. Er macht das schwer. Manche bestimmten Zeit- inn haben. Dann wirklich sprung- rlich illusorisch. beide scharf an- estimmte Bahn igen Sinn illusio- rmung von Bil- etails lückenlos, ine andere geht itinuum! Vor aber heute noch er geniale junge orstellen! —

einem sehr be- s Raumzeitkon- aus dem Bilde n. Aber wenn ce der Beobach- denen der ana- isches Bild der lle Grenze zu , wobei Wellen-

ervall und zwar (d. i. die Anzahl ung 1 schwankt:

Multiplizieren Sie mit  $h$ , so ist  $h \cdot \Delta \left( \frac{1}{\lambda} \right)$  die Unschärfe  $\Delta p_x$ , also

$$\Delta X \cdot \Delta p_x = h.$$

Der m a t h e m a t i s c h e Zusammenhang zwischen dem Unschärfegesetz und dem Wellenbild ist also denkbarst einfach. Viel schwieriger ist das erkenntnistheoretische Problem. Man kann entweder glauben: die Materie hat wirklich Wellenstruktur. Daraus folgt dann das Unschärfegesetz. Oder: Das Unterschärfegesetz ist das Fundamentale. Das Wellenbild ist bloß ein bequemer Denkbehelf, um es zu erfassen und darzustellen.

Sehr eigenartig ist das Verhältnis des Unschärfegesetzes zu den älteren Fassungen der Quantentheorie. Da muß zunächst daran erinnert werden: eigentlich ist das Gesetz altbekannt. Denken Sie an die quantenstatistischen Arbeiten von Planck, mit seiner Z e l l e n t e i l u n g des Phasenraumes und der Behauptung, es habe keinen Sinn, die Statistik weiter zu treiben als daß man angibt, in welcher von den Zellen der Größe  $h$ , bzw.  $h^3$  bzw.  $h^f$  (bei 3 bzw.  $f$  Freiheitsgraden) der Systempunkt sich aufhalte. Das entspricht genau dieser Heisenberg'schen Unschärfe  $h$  für jedes Paar kanonisch konjugierter Variablen. Man hat wohl später mehr dazu geneigt, die Sache so aufzufassen: „in Wirklichkeit“ befinde sich der Phasenpunkt aber doch auf den Grenzmannigfaltigkeiten der Zelle — entsprechend einer scharfen Quantelung. Bedenkt man nun, daß die H.sche Unschärfebeziehung genau der Zellengröße entspricht, sie gerade ausfüllt, sozusagen, dann überläuft es einen plötzlich eiskalt: ja dann wird ja eigentlich die scharfe Quantelung gerade genau wieder beseitigt, die Unschärfe entspricht gerade dem Abstand benachbarter Energieniveaus.

Nun es ist nicht ganz so, obwohl es zunächst so aussieht. Wenden wir die Unschärferelation auf eine Wirkungsvariable  $J$  und ihre kanonisch konjugierte Winkelvariable  $w$  an:

$$\Delta w \cdot \Delta J = h.$$

Die  $J$  sind jene Größen, die bei scharfer Quantelung „nur um ganze Vielfache von  $h$  fortschreiten“. Die  $w$  andererseits sind jene Größen, in denen „alles periodisch mit der Periode 1“ ist. Daher erscheint tatsächlich  $\Delta w = 1$  als größte zulässige „Unschärfe“ für  $w$ , also  $\Delta J$  mindestens  $= h$ , der Quantenstufe. Um  $\Delta J$  kleiner zu machen, müssen wir für  $\Delta w$  einen größeren Wert zulassen, d. h. wir müssen das System während vieler Perioden beobachten. Scharfe Quantisierung ist also eine Eigenschaft, die das System nicht in jedem Augenblick besitzt, eine Eigenschaft, die sich nicht etwa schon nach einem Umlauf, sondern erst nach sehr vielen Umläufen an ihm manifestiert. —

Kehren wir zu dem Ausgangspunkt unserer heutigen Ueberlegung zurück, das war: der Zweifel, ob unsere detaillierten Bilder von der Struktur der Materie denselben Wirklichkeitswert haben wie handgreifliche Umgebungsbestandteile — wie dieses Obstkörbchen. Sind sie, wie die letzteren, das Gerüst für prinzipiell mögliche, virtuelle, W a h r n e h m u n g e n?

Wenn wir das auch in manchen Fällen — z. B. für die Kristallgitter — weitgehend bejaen durften, so scheint doch gerade die zuletzt besprochene Wendung der Quantentheorie jene Zweifel in der grausamsten Weise zu bestätigen. Nicht

nur die speziellen Bilder, die wir uns mit Rutherford und Bohr vom Atominnern gemacht hatten, sondern überhaupt kein detailliertes, bestimmtes Bild wird Anspruch auf vollen Wirklichkeitswert erheben können, wenn den virtuellen Beobachtungen, auf die solcher Anspruch sich stützen müßte, eine prinzipielle, unübersteigliche Schranke gesetzt ist.

Ich glaube dazu kann man doch einige erkenntnistheoretische Trostworte sagen. Wir dürfen nicht vergessen, daß die Bilder und Modelle schließlich doch keinen anderen Zweck haben, als alle prinzipiell möglichen Beobachtungen an ihnen aufzuhängen. Daß wir sie sinnvoller Weise nicht mit Details aus schmücken dürfen, die prinzipiell unbeobachtbar sind, werden wir ebenso wenig bedauern, wie wir es früher bedauert haben, daß wir nicht wußten, ob der mikroskopische Tennisball, als den wir uns das Elektron dachten, rot, gelb, oder weiß ist. Ist die Heisenbergbehauptung richtig und scheint sie im ersten Moment prinzipiell unausfüllbare Lücken in unser physikalisches Weltbild zu schlagen, so müssen die Gebiete, die wir prinzipiell nicht mit Denkinhalt ausfüllen dürfen, eben einfach fortbleiben. Das ist natürlich nicht ganz leicht, weil es sich nicht etwa um gewisse Raumzeitgebiete handelt, die fortzulassen sind, sondern um Gebiete des begrifflichen Denkens. Aber ich glaube bestimmt, daß das gelingen muß, ohne zu dem Ergebnis zu führen: ein anschauliches Bild ist überhaupt unmöglich. Es wird ähnlich sein wie früher mit der „Farbe des Elektrons“. Daß es sinnlos war, dem Elektron eine bestimmte Farbe beizulegen, während doch jeder anschauliche Gegenstand irgendeine farbliche Beschaffenheit besitzt, hat doch die Anschaulichkeit des alten Elektronenbildes nicht ernstlich beeinträchtigt. Und so werden wir uns auch von den neuen Bildern erst dann mit mehr Ruhe und Sicherheit führen lassen können, wenn wir ein bestimmtes Gefühl dafür erworben haben, was an ihnen belanglos ist.

### Was ist ein Naturgesetz?

Von E. SCHRÖDINGER, Berlin.

(Antrittsrede an der Universität Zürich, 9. Dezember 1922.)

Die Rede wurde seinerzeit nicht gedruckt. Die spätere Entstehung und Entwicklung der Quantenmechanik hat den EXNERSchen Ideenkreis in den Brennpunkt des Interesses gerückt, übrigens ohne daß EXNERS Name je genannt wurde. Die heutige Publikation folgt wörtlich dem damaligen Manuskript.

Man sollte glauben, daß auf die Frage, was unter einem Naturgesetz zu verstehen sei, kaum eine Wissenschaft klarere und bestimmtere Antwort müßte geben können als die Physik, deren Gesetze als Vorbild der Exaktheit gelten.

„Was ist ein Naturgesetz?“ Die Antwort scheint wirklich nicht sehr schwer. Der Mensch findet sich beim Erwachen des höheren Bewußtseins in einer Umgebung, deren Veränderungen für sein Wohl und Weh von der allergrößten Bedeutung sind. Die Erfahrung — anfangs die unsystematische des täglichen Lebenskampfes, später die systematisch planvolle des wissenschaftlichen Experiments — zeigen ihm, daß die Vorgänge in seiner Umgebung nicht mit kaleidoskopartiger Willkür einander folgen, sondern daß darin erhebliche Regelmäßigkeit zutage tritt, deren Erkenntnis mit Eifer von ihm gepflegt wird, weil sie ihn in seinem Lebenskampf sehr fördert. Die erkannten Regelmäßigkeiten haben durchweg den gleichen Typus: gewisse Merkmale eines Erscheinungsablaufes zeigen sich immer und überall mit gewissen anderen Merkmalen verknüpft. Dabei ist von besonderer biologischer Bedeutung der Fall, daß die eine Merkmalgruppe der anderen zeitlich voraufgeht. Die Umstände, die einem gewissen, oft beobachteten Erscheinungsablauf (*A*) vorangehen, scheiden sich typisch in zwei Gruppen, *beständige* und *wechselnde*. Und wenn weiter erkannt wird, daß die beständige Gruppe auch umgekehrt immer von *A* gefolgt wird, so führt das dazu, diese Gruppe von Umständen als die *bedingenden Ursachen* von *A* zu erklären. So entsteht, Hand in Hand mit der Erkenntnis der *speziellen* regelmäßigen Verknüpfungen, als Abstraktion aus ihrer Gesamtheit, die Vorstellung von der *allgemeinen notwendigen* Verknüpfung der Erscheinungen untereinander. *Über die Erfahrung hinaus* wird als allgemeines Postulat aufgestellt, daß auch in solchen Fällen, in denen es noch nicht gelungen ist, die bedingenden Ursachen eines bestimmten Erscheinungsablaufes zu isolieren, solche doch angebar sein müssen, oder mit anderen Worten, daß ein jeder Naturvorgang absolut und quantitativ determiniert ist mindestens durch die Gesamtheit der Umstände oder physischen Bedingungen bei seinem Eintreten. In diesem Postulat, das wohl auch als Kausalitätsprinzip bezeichnet wird, werden wir durch fortschreitende Erkenntnis spezieller bedingender Ursachen stets aufs neue bestärkt.

Als Naturgesetz nun bezeichnen wir doch wohl

nichts anderes als eine mit genügender Sicherheit festgestellte Regelmäßigkeit im Erscheinungsablauf, *sofern sie als notwendig im Sinne des oben genannten Postulats gedacht wird.*

Wo bleibt hier noch eine Unklarheit, wo Anlaß zu einem Zweifel? Da das Tatsächliche außer Diskussion steht, offenbar höchstens an der Richtigkeit oder allgemeinen Zweckmäßigkeit des Postulates.

Die physikalische Forschung hat in den letzten 4–5 Jahrzehnten klipp und klar bewiesen, daß zum mindesten für die erdrückende Mehrzahl der Erscheinungsabläufe, deren Regelmäßigkeit und Beständigkeit zur Aufstellung des Postulates der allgemeinen Kausalität geführt hat, die gemeinsame Wurzel der beobachteten strengen Gesetzmäßigkeit — der *Zufall* ist.

Bei jeder physikalischen Erscheinung, an der wir eine Gesetzmäßigkeit beobachten, wirken ungezählte Tausende, meistens Milliarden einzelner Atome oder Moleküle mit. (In Paranthese für die Herren Physiker: das gilt auch für solche Erscheinungen, wo, wie man heute oft sagt, die Wirkung eines einzelnen Atoms zur Beobachtung gelangt; weil in Wahrheit doch die Wechselwirkung dieses einen Atoms mit Tausenden anderer den beobachteten Effekt bestimmt.) Es ist nun, mindestens in einer sehr großen Zahl von Fällen ganz verschiedener Art gelungen, die beobachtete Gesetzmäßigkeit voll und restlos aus der ungeheuer großen Zahl der zusammenwirkenden molekularen Einzelprozesse zu erklären. Der molekulare Einzelprozeß mag seine eigene strenge Gesetzmäßigkeit besitzen oder nicht besitzen — in die beobachtete Gesetzmäßigkeit der Massenerscheinung braucht jene *nicht* eingehend gedacht zu werden, sie wird im Gegenteil in den uns allein zugänglichen Mittelwerten über Millionen von Einzelprozessen vollständig verwischt. Diese Mittelwerte zeigen ihre eigene, rein *statistische Gesetzmäßigkeit*, die auch dann vorhanden wäre, wenn der Verlauf jedes einzelnen molekularen Prozesses durch Würfeln, Roulettespiel, Ziehen aus einer Urne entschieden würde.

Das einfachste und durchsichtigste Beispiel für diese statistische Auffassung der Naturgesetzlichkeit — zugleich ihren Ausgangspunkt in historischer Beziehung — bildet das Verhalten der Gase. Der Einzelprozeß ist hier der Zusammenstoß zweier Gasmoleküle miteinander oder mit der Wand. Der Druck eines Gases gegen die Wände, den man früher einer besonderen Expansivkraft der Materie im Gaszustand zuschrieb, kommt nach der Molekulartheorie durch das Bombardement der Moleküle zustande. Die sekundliche Zahl der Stöße gegen 1 qcm Wandfläche ist enorm groß, bei Atmosphärendruck und 0° C hat sie 24 Stellen ( $2,2 \times 10^{23}$ ), im äußersten irdischen Vakuum für 1 qmm und  $\frac{1}{1000}$  Sekunde berechnet, hat sie immer noch 11 Stellen. Die Molekulartheorie gibt nicht



nur vollkommene Rechenschaft von den sog. Gasgesetzen, das ist von der Abhängigkeit des Druckes von Temperatur und Volumen, sondern erklärt auch alle anderen Eigenschaften der wirklichen Gase, wie Reibung, Wärmeleitung, Diffusion — und zwar *rein statistisch* durch den im einzelnen völlig unregelmäßigen Austausch der Moleküle zwischen verschiedenen Teilen des Gases. Man pflegt bei diesen Rechnungen und Überlegungen allerdings für das Einzelereignis — den Zusammenstoß — die Gesetze der Mechanik vorauszusetzen. Aber notwendig ist das durchaus *nicht*. Es würde völlig genügen, anzunehmen, daß beim einzelnen Stoß eine Zunahme oder eine Abnahme der mechanischen Energie und des mechanischen Impulses *gleich wahrscheinlich* sind, so daß diese Größen *im Mittel sehr vieler Stöße* in der Tat konstant bleiben; etwa so, wie man mit zwei Würfeln im Mittel bei einer Million Würfeln durchschnittlich 7 würfelt, während das Resultat des einzelnen Wurfes völlig unbestimmt ist.

Aus dem Gesagten ergibt sich, daß die statistische Auffassung der Gasgesetze *möglich*, vielleicht, daß sie die einfachste, aber nicht, daß sie die *einzig mögliche* ist. Ein Experimentum crucis ist folgender Versuch. Als statistischer Mittelwert muß der Gasdruck zeitlichen *Schwankungen* unterliegen. Diese müssen um so erheblicher sein, je kleiner die Zahl der kooperierenden Elementarprozesse ist, also je kleiner die gedrückte Fläche und je geringer die Trägheit des Körpers, dem sie angehört, damit er auf kurzperiodische Schwankungen möglichst ungesäumt reagiere. Beides erreicht man, indem man winzige, ultramikroskopische Teilchen in dem Gas suspendiert. Diese zeigen dann in der Tat eine Zickzackbewegung von äußerster Unregelmäßigkeit, die lange bekannte Brownsche Bewegung, die niemals zur Ruhe kommt und in allen Einzelheiten mit den Vorhersagen der Theorie übereinstimmt. Die Zahl der Einzelstöße, welche das Teilchen während einer meßbaren Zeit erleidet, ist zwar immer noch sehr groß, aber doch nicht *so* groß, daß ein allseitig völlig gleicher Druck resultierte. Durch zufälliges Überwiegen der Stöße aus einer zufälligen Richtung, die von Moment zu Moment ganz regellos wechselt, wird das Teilchen völlig regellos hin und her gestoßen. So sehen wir hier ein Naturgesetz — das Gesetz für den Gasdruck — seine exakte Gültigkeit einbüßen, in dem Maße, als die *Zahl* der kooperierenden Einzelprozesse abnimmt. Ein bündiger Beweis für den wesentlich statistischen Charakter mindestens *dieses* Gesetzes läßt sich nicht denken.

Ich könnte noch eine große Anzahl experimentell und theoretisch genau untersuchter Fälle anführen, so das Zustandekommen der gleichmäßig blauen Himmelsfarbe durch die völlig unregelmäßigen Schwankungen der Luftdichte (infolge ihrer molekularen Konstitution) oder den streng gesetzmäßigen Zerfall radioaktiver Substanzen, der aus dem regellosen Zerfall der einzelnen Atome sich aufbaut, wobei es ganz vom Zufall

abzuhängen scheint, welche Atome sogleich, welche morgen, welche in einem Jahre zerfallen werden. — Mehr als durch noch so viele Einzelfälle wird unsere Überzeugung vom statistischen Charakter der physikalischen Gesetzmäßigkeit dadurch bestärkt, daß einer der allgemeinsten Erfahrungssätze, der sog. II. Hauptsatz der Thermodynamik oder Entropiesatz, *der überhaupt schlechterdings bei jedem wirklichen physikalischen Vorgang eine Rolle spielt*, sich als das *Prototyp* eines statistischen Gesetzes herausgestellt hat. So sehr diese Materie durch ihr ganz hervorragendes Interesse ein näheres Eingehen rechtfertigen würde, muß ich mich hier doch auf die sehr kursorische Bemerkung beschränken: rein empirisch steht der Entropiesatz im engsten Zusammenhang mit der typischen, einseitigen Gerichtetheit alles Naturgeschehens. Die Richtung, in der sich ein körperliches System im nächsten Augenblick verändern wird, läßt sich zwar nicht aus ihm allein bestimmen, wohl aber *schließt er gewisse Veränderungen aus*, und darunter befindet sich *immer auch die der wirklich eintretenden genau entgegengesetzte Veränderung*. Die statistische Betrachtungsweise verleiht nun dem Entropiesatz folgenden Inhalt: alles Geschehen entwickelt sich von relativ *unwahrscheinlichen*, d. h. von molekular relativ *geordneten* Zuständen gegen *wahrscheinlichere*, d. h. molekular *ungeordnetere* Zustände hin. —

Über das bis jetzt Gesagte bestehen unter den Physikern keine wesentlichen Meinungsverschiedenheiten mehr. Anders steht es mit dem, was ich weiter zu sagen habe.

Wenn wir die physikalischen Gesetze als statistische erkannt haben, für deren Zustandekommen die streng kausale Determiniertheit des molekularen Einzelereignisses nicht *erforderlich* wäre, so ist es doch die allgemeine Meinung, daß in Wirklichkeit der Einzelprozeß, z. B. der Zusammenstoß zweier Gasmoleküle, streng kausal determiniert *ist* bzw. *verläuft* — wie ja auch der Ausgang eines Roulettespiels nicht unbestimmt wäre für den, der — nachdem das Rädchen in Schwung versetzt ist — die Größe dieses Schwunges, die Widerstände in der Luft und an der Achse ganz genau kennt und in Rechnung zu stellen wüßte. — Vielfach werden sogar *ganz bestimmte* elementare Gesetzmäßigkeiten behauptet, so beim Stoß von Gasmolekülen die Erhaltung der Energie und des Impulses *bei jedem einzelnen Stoß*.

Es war der Experimentalphysiker FRANZ EXNER, der im Jahre 1919<sup>1</sup> zum ersten Male mit voller philosophischer Klarheit Kritik erhoben hat gegen die *Selbstverständlichkeit*, mit der die Überzeugung von der absoluten Determiniertheit des molekularen Geschehens von jedermann gehegt wird. Er kommt zu dem Schluß, daß das Behauptete zwar *möglich*, jedoch keinesfalls *notwendig*, und bei Licht betrachtet, *gar nicht sehr wahrscheinlich ist*.

<sup>1</sup> F. EXNER, Vorlesungen über die Physikalischen Grundlagen der Naturwissenschaften. Wien, F. Deuticke 1919.

Atome sogleich, dem Jahre zerfallen in so viele Einzelfälle, statistischen Charakteristik dadurch einsten Erfahrungslerner Thermodynamik *aupt schlechterdings'schen Vorgang eine totyp* eines statistischen. So sehr diese irragendes Interesse rtigen würde, muß ihr kursorische Bempirisch steht der usammenhang mit thetheit alles Naturder sich ein körpergenblick verändern m allein bestimmen, *Veränderungen aus, mmer auch die der ntgegengesetzte Ver* Betrachtungsweise z folgenden Inhalt: von relativ *unwahr* r relativ *geordneten lichere*, d. h. molehin. — bestehen unter den einungsverschieden mit dem, was ich

en Gesetze als stareren Zustandekominiertheit des molet *erforderlich* wäre, Meinung, daß in i, z. B. der Zusamntreng kausal detera auch der Ausgang bestimmt wäre für dchen in Schwunges Schwunges, die an der Achse ganz zu stellen wüßte. — *stimmte* elementare so beim Stoß von er Energie und des stoß.

alphysiker FRANZ im ersten Male mit Kritik erhoben hat mit der die Übereterminiertheit des jedermann gehegt ß, daß das Behauptfalls *notwendig*, und *hr wahrscheinlich ist*. r die Physikalischen tten. Wien, F. Deu-

Was zunächst die *Nichtnotwendigkeit* anlangt, so habe ich mich schon früher darüber ausgesprochen und glaube mit EXNER, daß sie sich aufrechterhalten läßt, ungeachtet dessen, daß die meisten Forscher sogar ganz bestimmte Züge der elementaren Gesetzmäßigkeit fordern. Natürlich *können* wir den Energiesatz im großen dadurch erklären, daß er schon im kleinen gilt. Aber ich sehe nicht, daß wir *müssen*. Ebenso *können* wir ja die Expansivkraft eines Gases als Summe der Expansivkräfte seiner Elementarteilchen erklären. *Hier* ist eine solche Auffassung *unzutreffend*, ich sehe nicht, weshalb sie *dort* die *einzig mögliche* sein soll. — Im übrigen ist anzumerken, daß Energie-Impulssatz nur *vier* Gleichungen liefern, und daher, auch wenn sie im Einzelprozeß erfüllt sind, denselben noch weitgehend unbestimmt lassen.

Woher stammt nun der allgemeine verbreitete Glaube an die absolute, kausale Determiniertheit des molekularen Geschehens und die Überzeugung von der *Undenkbarkeit* des Gegenteils? Einfach aus der von Jahrtausenden ererbten *Gewohnheit, kausal zu denken*, die uns ein undeterminiertes Geschehen, einen absoluten, *primären* Zufall als einen vollkommenen Nonsens, als *logisch* unsinnig erscheinen läßt.

Woher aber stammt diese Denkgewohnheit? Aus der jahrhundert-, jahrtausende langen Beobachtung gerade *derjenigen* natürlichen Gesetzmäßigkeiten, von denen wir heute mit Sicherheit wissen, daß sie nicht — jedenfalls nicht unmittelbar — *kausale*, sondern *unmittelbar statistische* Gesetzmäßigkeiten sind. Damit ist aber jener Denkgewohnheit der rationelle Boden entzogen. Für die Praxis werden wir sie zwar unbedenklich beibehalten, weil sie ja im Erfolg das Richtige trifft. Uns aber *von ihr zwingen* zu lassen, *hinter* den beobachteten *statistischen*, absolut kausale Gesetze mit Notwendigkeit zu postulieren, wäre ein ganz offenbar fehlerhafter Zirkelschluß.

Aber nicht nur *zwingt* nichts zu dieser Annahme, wir sollten uns klar machen, daß eine derartige *Zweifachheit der Naturgesetze* recht unwahrscheinlich ist. *Times* wären die „*eigentlichen*“, wahren, absoluten Gesetze im Unendlichkleinen, ein *anderes* die im Endlichen beobachtete Gesetzmäßigkeit, die gerade in ihren wesentlichsten Zügen *nicht* durch jene absoluten Gesetze, sondern durch den Begriff der *reinen Zahl*, den klarsten und einfachsten, den Menschengestirbt hat, bestimmt sind. In der Welt der Erscheinung klare Verständlichkeit — hinter ihr ein dunkles, ewig unverstandenes Machtgebot, ein rätselvolles „*Müssen*“. Die *Möglichkeit*, daß es sich so verhält, ist zuzugeben, doch erinnert diese Verdoppelung des Naturgesetzes zu sehr an die Verdoppelung der *Naturobjekte* durch den Animismus, als daß ich an ihre Haltbarkeit glauben möchte.

Ich möchte aber nicht dahin mißverstanden werden, als hielte ich die Durchführung dieser neuen — sagen wir kurz *akausalen* (d. h. *nicht notwendig* kausalen) Auffassung für leicht und einfach. Die heute herrschende Ansicht ist die, daß minde-

stens die Gravitation und die Elektrodynamik absolute, elementare Gesetzmäßigkeiten sind, die auch für die Welt der Atome und Elektronen gelten und vielleicht als Urgesetzlichkeit allem Geschehen zugrunde liegen. Sie wissen von den erstaunlichen Erfolgen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Müssen wir daraus schließen, daß seine Gravitationsgleichungen ein *Elementargesetz* sind. Ich glaube, nein. Wohl bei keinem Naturvorgang ist die Zahl der einzelnen Atome, die zusammenwirken müssen, damit ein beobachtbarer Effekt zustande komme, so enorm groß wie bei den Gravitationserscheinungen. Das würde die außerordentliche Präzision, mit der sich die Planetenbewegungen auf Jahrhunderte vorausberechnen lassen, auch vom statistischen Standpunkte verständlich machen. — Ich will übrigens nicht leugnen, daß gerade die EINSTEINSche Theorie die *absolute Gültigkeit der Energie-Impulssätze* außerordentlich nahelegt. Dieselben drücken in ihr, auf den Massenpunkt angewendet, eigentlich nur *eine absolute Beharrungstendenz* aus — wie ja die ganze Gravitationstheorie bezeichnet werden kann als eine Zurückführung der *Gravitation* auf das *Trägheitsgesetz*. Das einfachstdenkbare absolute Gesetz: *unter gewissen Umständen ändert sich nichts* — fällt wohl noch kaum unter den Begriff der kausalen Determiniertheit und wäre am Ende auch mit einer, im übrigen akausalen Auffassung des Weltgeschehens vereinbar.

Im Gegensatz zur Gravitation wird die Elektrodynamik heute ganz allgemein auf die Vorgänge im Atom selbst angewendet, und zwar mit erstaunlichem Erfolge. Diese positiven Erfolge sind wohl der ernsthafteste Einwand, der gegen die akausale Auffassung ins Feld geführt werden wird. Die Zeit verbietet mir ein näheres Eingehen auf diese Frage, und ich muß mich auf die folgende grundsätzliche Bemerkung beschränken, die zugleich unser Ergebnis kurz zusammenfaßt:

Die von EXNER aufgestellte Behauptung geht dahin: es ist sehr wohl möglich, daß die Naturgesetze samt und sonders statistischen Charakter haben. Das hinter dem statistischen Gesetz heute noch ganz allgemein mit Selbstverständlichkeit postulierte absolute Naturgesetz *geht über die Erfahrung hinaus*. Eine derartige doppelte Begründung der Gesetzmäßigkeit in der Natur ist an sich unwahrscheinlich. *Die Beweislast obliegt den Verfechtern, nicht den Zweiflern an der absoluten Kausalität*. Denn daran zu zweifeln ist heute bei weitem das *Natürlichere*.

Diesen Beweis nun zu erbringen, erscheint die Elektrodynamik des Atoms aus dem Grund ungeeignet, weil sie nach allgemeinem Urteil selbst noch an schweren inneren Widersprüchen krankt, die vielfach als logische empfunden werden. Ich halte es für wahrscheinlicher, daß die Befreiung von dem eingewurzelt Vorurteil der absoluten Kausalität uns bei der Überwindung der Schwierigkeiten helfen, als daß, umgekehrt, die Theorie des Atoms das Kausalitätsdogma dennoch als — sozusagen zufällig — richtig erweisen wird.



## Antrittsrede des Hrn. SCHRÖDINGER.

Wenn ich heute den aufrichtig gefüllten Dank ausspreche für die Auszeichnung, die mir durch die Wahl in die Akademie der Wissenschaften zuteil geworden ist, so ist es mir eine ganz besondere Freude, an unserer Spitze in voller Frische und Rüstigkeit den allverehrten Meister zu sehen, dessen Nachfolger im Lehramte zu sein ich mich rühmen darf und dessen Urteil auch Ihre Wahl entscheidend beeinflußt haben wird.

Lassen Sie mich zuerst so kurz wie möglich der unangenehmen Pflicht genügen, die eine akademische Antrittsrede auflagt, nämlich von sich selbst zu sprechen. — Das alte Wiener Institut, dem LUDWIG BOLTZMANN erst kurz zuvor auf tragische Weise entrissen worden war, das Haus, wo FRITZ HASENÖHL und FRANZ EXNER wirkten und viele andere von BOLTZMANN'S Schülern aus- und eingingen, vermittelte mir ein unmittelbares Einfühlen in die Ideen dieses gewaltigen Geistes. Sein Ideenkreis spielt für mich die Rolle der wissenschaftlichen Jugendgeliebten, kein anderer hat mich wieder so gepackt, keiner wird es wohl jemals tun. Der modernen Atomtheorie kam ich nur sehr langsam näher. Ihre inneren Widersprüche klangen wie kreischende Dissonanzen an der reinen, unerbittlich klaren Gedankenfolge BOLTZMANN'S gemessen. Eine Zeitlang ergriff ich förmlich die Flucht und rettete mich, angeregt durch FRANZ EXNER und K. W. F. KOHLRAUSCH, ins Gebiet der Farbenlehre. Mancher eigene und mancher fremde Versuch, in der Atomtheorie durch radikalste Abänderung wenigstens wieder zur Klarheit zu kommen, wurde geprüft und verworfen. Erst DE BROGLIE'S Gedanke der Elektronenwellen, den ich zur undulatorischen Mechanik ausbaute, gewährte eine gewisse Erleichterung. Aber wir sind noch ziemlich weit entfernt von einem wirklichen Begreifen des durch die Undulationsmechanik einerseits, durch HEISENBERG'S Quantenmechanik anderseits angebahnten Naturverständnisses.

Die theoretische Physik setzt sich zum Ziel, aus der empirischen Mannigfaltigkeit der Erscheinungen allgemeine Züge oder Gesetzmäßigkeiten herauszulesen, derart, daß in der bunten Fülle des wirklich Erlebten jeder Einzelfall als Ausfluß dieser wenigen einfachen Gesetzmäßigkeiten erscheint, während die anfangs unüberblickbare Mannigfaltigkeit von Einzelfällen auf die völlig überblickbare Mannigfaltigkeit der Versuchsbedingungen zurückgeführt wird. Das typische, für die Gestaltung unserer Wissenschaft richtunggebende Beispiel einer solchen Erfassung des Geschehens durch Gesetze bildet die klassische Mechanik, welche das Verhalten eines Gebildes unter allen erdenklichen Umständen in wenige Grundgleichungen zusammenfaßt und das spezielle Verhalten im speziellen Fall auf die speziellen Anfangsbedingungen zurückführt, mathematisch gesprochen auf die speziellen Zahlenwerte der Integrationskonstanten.

(1)



Man hat lange Zeit hindurch versucht, nicht nur die Methode der klassischen Mechanik, sondern sie selbst auf die ganze Physik auszudehnen, wohl um ihrer Einfachheit und mathematischen Durchsichtigkeit willen; man hat versucht, alle Erscheinungen durch mechanische Modelle zu begreifen. Davon ist man längst zurückgekommen und heute um so mehr, da die neueste Phase der Quantentheorie die klassische Mechanik auf den Rang einer ersten Näherung herabdrückt. Eine der brennendsten Fragen, die uns in diesem Zusammenhang heute beschäftigen, ist die, ob mit der klassischen Mechanik auch ihre Methode aufzugeben sei, der Grundsatz, daß feste Gesetze im Verein mit den zufälligen Anfangsbedingungen das Geschehen im Einzelfall eindeutig bestimmen. Es ist die Frage nach der Zweckmäßigkeit des unverbrüchlichen Postulates der Kausalität.

Praktisch hatte man auf die Kausalität allerdings schon im Rahmen der klassisch-mechanischen Naturerklärung verzichten müssen. Mir persönlich ist diese Tatsache mit einem tiefen Jugendeindruck bei der Antrittsvorlesung FRITZ HASENÖHRLS verknüpft, des allzufrüh durch den Krieg uns Entrissenen, dem ich die Grundlage meiner wissenschaftlichen Persönlichkeit danke. Es würde, so erklärte uns HASENÖHRL, nicht gegen die Naturgesetze verstoßen, wenn dieses Stück Holz sich plötzlich ohne erkennbaren Grund in die Luft erhebe. Nach der mechanischen Naturerklärung ist ein solches Wunder als Umkehrung des entgegengesetzten Vorganges nicht unmöglich, es ist nur außerordentlich unwahrscheinlich. — Aber die Wahrscheinlichkeitsauffassung der Naturgesetze, die HASENÖHRL bei diesen Worten im Auge hatte, verstößt noch nicht wirklich gegen das Kausalitätspostulat. Die Unbestimmtheit entspringt dabei nur aus der praktischen Unmöglichkeit, den Anfangszustand eines aus Billionen von Atomen zusammengesetzten Körpers genau festzustellen. Heute dagegen werden Zweifel an der eindeutigen Bestimmtheit des Naturgeschehens in ganz anderem Sinne laut. Die Schwierigkeit bei der Feststellung des Anfangszustandes soll nicht nur eine praktische, sondern eine prinzipielle sein, sie soll nicht nur für ein kompliziertes Gebilde, sondern schon für das einzelne Atom oder Molekül vorliegen. Da das prinzipiell nicht Beobachtbare für den Naturforscher als Naturforscher nicht existiert, ist der Sinn dieser Meinung: schon der Zustand des Elementargebildes liegt nicht in solcher Weise fest, daß eine ganz bestimmte Einwirkung ein ganz bestimmtes Verhalten des Gebildes nach sich zieht.

FRANZ EXNER (dem ich für ungewöhnlich große Förderung persönlichen Dank schulde) war der erste, der die Möglichkeit und die Vorzüge akausaler Naturauffassung in den Vorlesungen erörterte, die er 1919 publiziert hat. Seit 1926 ist die Frage durch die Quantentheorie unter neuem Gesichtspunkt aufgerollt. Sie scheint in der Tat von grundlegender Wichtigkeit. Aber ich glaube nicht, daß sie in dieser Form jemals beantwortet werden wird. Es handelt sich bei dieser Frage meines Erachtens nicht um eine Entscheidung über die wirkliche Beschaffenheit der Natur, wie sie uns entgegentritt, sondern über die Zweckmäßigkeit und Bequemlichkeit der einen oder der anderen Einstellung unseres Denkens, womit wir der Natur gegenüber treten. HENRI POINCARÉ hat ausgeführt, daß wir auf den wirklichen Raum ebensowohl die Euklidische wie eine beliebige nicht-Euklidische Geometrie anwenden dürfen, ohne eine

Methode der  
auszudehnen,  
sit wollen; man  
zu begreifen.  
da die neuëste  
ng einer ersten  
uns in diesem  
schen Mechanik  
setze im Verein  
elfall eindeutig  
verbrüchlichen

im Rahmen der  
r persönlich ist  
vorlesung Fritz  
trissenen, dem  
ke. Es würde,  
erstoßen, wenn  
ie Luft erhöhe.  
als Umkehrung  
außerordentlich  
er Naturgesetze,  
nicht wirklich  
dabei nur aus  
Billionen von  
lagegen werden  
n ganz anderem  
szustandes soll  
soll nicht nur  
tom oder Mole-  
Naturforscher  
schon der Zu-  
aß eine ganz be-  
nach sich zieht.  
ng persönlichen  
erzüge akausaler  
liziert hat. Seit

Gesichtspunkt  
keit. Aber ich  
rden wird. Es  
ie Entscheidung  
gentritt, sondern  
er anderen Ein-  
HENRI POINCARÉ  
die Euklidische  
rden, ohne eine

Widerlegung durch Tatsachen befürchten zu müssen. Aber die physikalischen Gesetze, die wir finden, sind Funktion der Geometrie, die wir anwenden, und es kann sein, daß die eine Geometrie verwickelte, die andere weit einfachere physikalische Gesetze herbeiführt. Dann ist die eine Geometrie bequem, die andere unbequem, ohne daß doch die Worte »richtig« oder »falsch« am Platze wären. Ähnlich dürfte es sich mit dem Postulat der unverbrüchlichen Kausalität verhalten. Es sind wohl kaum Erfahrungstatsachen denkbar, welche endgültig darüber entscheiden, ob das Naturgeschehen in Wirklichkeit absolut determiniert oder partiell unbestimmt ist, sondern höchstens darüber, ob die eine oder die andere Auffassung einen einfacheren Überblick über das Beobachtete erlaubt. Selbst bis zu dieser Entscheidung ist wohl noch eine lange Frist. Sind wir doch auch hinsichtlich der Geometrie der Welt nur um so unsicherer, seitdem wir uns mit POINCARÉ unserer Wahlfreiheit bewußt geworden sind.

## Erwiderung des Sekretars Hrn. PLANCK.

Die Aufgabe, Ihnen, Herr Kollege SCHRÖDINGER, auf Ihre an die Akademie gerichteten Worte eine Erwiderung zu widmen, besitzt für mich einen mehrfachen Reiz, zunächst schon deshalb, weil ich zu denjenigen Ihrer Fachgenossen gehöre, die aus nächster Nähe beurteilen können, welche Bereicherung der Bestand der Akademie durch die Gewinnung Ihrer jugendlichen Kraft erfahren hat. Sodann aber muß gerade die dankenswerte Selbstüberwindung, welche Sie aufgebracht haben, um uns einen etwas tieferen Einblick in Ihre wissenschaftliche Gedankenwelt tun zu lassen, zu einem Meinungs-austausch über manche der von Ihnen angeregten Fragen einladen. Sie haben uns dabei wieder dieselbe Unabhängigkeit des Urteils und denselben frischen Wagemut offenbart, der Sie schon früh eigene Wege gehen hieß, und den wir von Ihren bisherigen Arbeiten auf den allerverschiedensten Gebieten der Physik her kennen, mochten Sie nun die Dynamik elastisch gekoppelter Punktsysteme, oder die Theorie der Brownschen Bewegung, oder den Kapillardruck in Gasblasen, oder die Akustik der Atmosphäre, oder die Möglichkeit einer exakten Farbenmetrik, oder die Interferenzfähigkeit stark divergierender Strahlen, oder die Gesetze der Gasentartung, oder die Grundlagen der Quantenmechanik in den Kreis Ihrer Interessen ziehen.

Heute ist es namentlich der von Ihnen angedeutete folgenschwere Gedanke, ob nicht die gegenwärtige Krisis der theoretischen Physik vielleicht auch dazu führen könnte, zugleich mit der klassischen Theorie auch das Kausalitätsgesetz seiner strengen Gültigkeit zu entkleiden, der zu einer näheren Erörterung auffordert. Und da Sie dem besagten Gedanken nicht nur nicht ablehnend, sondern eher, wie mir scheint, mit einer gewissen wohlwollenden Neutralität gegenüberstehen, so kann ich doch der Verlockung nicht widerstehen, hier einmal meinerseits mit einigen Worten für die streng kausale Physik eine Lanze einzulegen, selbst auf die Gefahr hin, daß ich Ihnen als ein engherziger

Reaktionär erscheine. Dazu treibt es mich um so mehr, als wir es ja hier mit einer Angelegenheit zu tun haben, die nicht allein die Physik angeht, und die, wenn sie nicht von der Physik befriedigend erledigt wird, sich weit über deren Grenzen hinaus vielleicht recht verhängnisvoll auswirken könnte.

Die Frage, ob die Gesetzmäßigkeiten, auf die wir in der Natur stoßen, im Grunde sämtlich nur Zufallscharakter besitzen, also statistischer Art sind, läßt sich auch folgendermaßen formulieren: sollen wir die Erklärung für die tatsächlich allenthalben auftretende Unsicherheit und Ungenauigkeit, die jeder einzelnen physikalischen Beobachtung anhaftet, stets nur in speziellen Eigentümlichkeiten des jeweils vorliegenden Falles suchen, sei es in der komplizierten Beschaffenheit des betrachteten physikalischen Objektes, sei es in der Unvollkommenheit der benutzten Meßgeräte einschließlich unserer Sinnesorgane, oder sollen wir die Unsicherheit weiter rückwärts verlegen in die Fassung der elementaren Grundgesetze der Physik?

Zunächst stimme ich Ihnen darin völlig bei, daß diese Frage im Grunde eine Frage der Zweckmäßigkeit ist. Denn eine jede physikalische Theorie ist ein Gerüst, das sich der Geist des Forschers nach freiem Ermessen, so gut er es eben vermag, zurechtzimmert, und wenn dasselbe seinen Zweck, ein möglichst getreues Abbild der Natur vorzustellen, auch noch so gut erfüllt, so wird man doch niemals beweisen können, daß es keiner Verbesserung fähig wäre.

Aber das Gerüst bedarf auf jeden Fall eines festen Grundes, wenn es nicht in der Luft stehen soll, und wenn das Postulat der unverbrüchlichen Kausalität sich nicht mehr wie bisher als Grundlage eignen sollte, so liegt doch zunächst einmal die Gegenfrage nahe, was denn nun für die »akausale« Physik als Grundlage eingeführt werden soll. Denn ganz ohne irgendeine Voraussetzung läßt sich doch überhaupt keine physikalische Theorie entwickeln, es sei denn, daß man die bloße Registrierung einzelner Beobachtungstatsachen schon als eine Theorie ausgeben wollte.

Doch ich will hier nicht einmal so weit gehen, eine Beantwortung dieser Frage zu verlangen. Es würde mir auch ganz genügen, wenn nur irgendein zwingender Grund dafür angegeben werden könnte, daß die kausale Physik nicht ausreicht, um den Tatsachen der Erfahrung gerecht zu werden, daß also vielleicht der Rahmen, in den sie die Naturereignisse erfassen will, zu eng gespannt ist. Nun weist aber gerade das Beispiel, welches Sie von Ihrem der Wissenschaft zu früh entrissenen Lehrer FRITZ HASENÖHRL angeführt haben, nach der entgegengesetzten Richtung. Denn daß die Atome eines Holzklotzes bei ihren schnellen unregelmäßigen Bewegungen zufällig einmal gerade alle nach oben fliegen, ist vom Standpunkt der kausalen Physik nicht nur nicht unmöglich, sondern sogar innerhalb eines hinlänglich langen Zeitraumes mit einiger Wahrscheinlichkeit zu erwarten, und gerade die experimentelle quantitative Bestätigung derartiger Schwankungsgesetze bedeutet in meinen Augen eine ausgezeichnete Stütze zugunsten des Postulates der strengen Kausalität, mit dessen Hilfe sie ja doch abgeleitet worden sind.

Einen Punkt gibt es allerdings in der bisherigen Physik, der einer Revision bedarf, und dieser Punkt ist es vermutlich auch, der den ganzen

wir es ja hier Physik angeht, wird, sich weit wirken könnte. Natur stoßen, ischer Art sind, klärung für die gkeit, die jeder beziellen Eigen- in der kompli- s, sei es in der unserer Sinnes- verlegen in die

rage im Grunde alische Theorie i Ermessen, so seinen Zweck, och so gut er- einer Verbesse-

ndes, wenn es iverbrüchlichen sollte, so liegt die »akausale« ohne irgendeine e Theorie ent- elner Beobach-

antwortung dieser i nur irgendein kausale Physik erden, daß also n will, zu eng Sie von Ihrem egeführt haben, nes Holzklotzes al gerade alle icht nur nicht Zeitraumes mit entelle quanti- meinen Augen gen Kausalität,

sik, der einer er den ganzen

Zweifel an der Zuverlässigkeit des Kausalgesetzes hervorgerufen hat. Wir müssen künftig die bisher stets stillschweigend gemachte Voraussetzung fallen lassen, daß wir die Bedingungen, welche einen Vorgang kausal determinieren, auch stets experimentell bis zu einem prinzipiell unbeschränkten Grade von Genauigkeit verwirklichen können. Diese Voraussetzung ist in der Tat mit den Gesetzen der Quantenmechanik nicht vereinbar. Aber das ist in der exakten Naturwissenschaft durchaus nichts Unerhörtes. In der Biologie z. B. nimmt man es als etwas ganz Selbstverständliches hin; und doch arbeitet die Biologie durchaus mit dem Postulat der strengen Kausalität. Ja ich glaube nicht zu weit zu gehen, wenn ich behaupte, daß in der Biologie die eigentliche Wissenschaft erst da anfängt, wo das Kausalgesetz in sie eingeführt wird.

So wird es, wie mir scheint, auch in der Physik künftig darauf ankommen, die Frage nach den Bedingungen, welche den Verlauf eines Naturvorganges eindeutig kausal bestimmen, grundsätzlich getrennt zu halten von der weiteren Frage, ob und inwieweit diese Bedingungen experimentell zu verwirklichen sind.

Wenn wir bedenken, daß bei neuartigen Problemen eine passende Formulierung der Aufgabe bekanntlich oft schon den halben Weg zu ihrer Lösung bedeutet, so dürfen wir hoffen, daß, von diesem Standpunkt aus gesehen, manche gegenwärtige Schwierigkeit sich einmal lösen und vielleicht auch manche Meinungsdivergenz sich als ein bloßer Streit um Worte entpuppen wird.

Und jetzt komme ich mit meinem letzten und stärksten Argument. Das ist der Hinweis auf die Erfolge, die in der geschilderten Richtung bereits erzielt worden sind. Hier kann ich mich angenehmerweise auf ein einziges glänzendes Beispiel beschränken, nämlich auf die Resultate Ihrer eigenen Arbeiten. Denn Sie sind es gewesen, der zuerst gezeigt hat, wie die raumzeitlichen Vorgänge in einem atomaren Gebilde in der Tat vollständig determiniert werden können, allerdings nur unter der Voraussetzung, daß man als Elemente derselben nicht wie bisher die Bewegungen der Massenpunkte, sondern die Materiewellen ansieht, und wie die rätselhaften diskreten Eigenwerte der Energie des Gebildes mit absoluter Genauigkeit aus der von Ihnen aufgestellten Differentialgleichung zuzüglich der natürlichen Randbedingungen sich berechnen lassen, wobei die Frage nach dem physikalischen Sinn der Materiewellen zunächst noch ganz offen bleiben kann.

Möchte es Ihnen, verehrter Herr Kollege, gelingen, auf dieser von Ihnen eröffneten Bahn weiter vordringend noch manche schöne Erfolge zu ernten. Das ist der zuversichtliche und aufrichtige Glückwunsch, mit dem ich Sie heute im Namen der Akademie willkommen heißen darf.

---

Ausgegeben am 24. Juli 1929.

---

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

(2)

# Das Gesetz der Zufälle

Der Kampf um Ursache und Wirkung in den modernen Naturwissenschaften

Von Erwin Schrödinger

David Hume erkannte um die Mitte des 18. Jahrhunderts, daß kein innerer, verstandesmäßig erkennbarer Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung besteht, ferner daß die Verursachung einer Erscheinung durch eine andere,

z. B. die Erwärmung des Erdbodens durch die aufgehende Sonne, auch nicht etwa direkt wahrnehmbar ist. Wahrzunehmen ist nur, daß der einen Erscheinung (Sonnenaufgang) die andere (Erwärmung des Bodens) stets nachfolgt und daß dieses „regelmäßig aufeinander Folgen“ sich nicht gerade auf dieses eine oder auf einige besondere Phänomene beschränkt, sondern ein charakteristischer Zug alles Naturgeschehens ist. Innerlich durchschaubar oder gar denknotwendig ist weder der Zusammenhang der einzelnen Ursache mit ihrer Wirkung noch die Regelmäßigkeit im Naturlauf überhaupt.

Die Beständigkeit der Naturgesetze ist uns durch nichts als durch die Erfahrung verbürgt. Warum werten wir Erfahrung noch anders denn als bloße Chronik der Vergangenheit? Warum räumen wir der durchlebten Vergangenheit einen bestimmenden Einfluß auf unsere Zukunftserwartung ein? Man antworte nicht: dies Regulativ hat sich bisher als vorteilhaft erwiesen, deshalb halten wir daran fest. Das wäre ein logischer Zirkel. Denn es fragt sich eben, warum wir erwarten, daß, was bisher vorteilhaft war, es auch in Zukunft sein werde. — Nur in ganz anderem Sinne läßt sich eine Begründung geben: da der bisherige Weltlauf gesetzmäßig war, so würde eine Tierart, welche nicht die unter diesen Umständen höchst vorteilhafte Gewohnheit angenommen hätte, ihre Zukunftserwartung und damit ihr Handeln nach der Vergangenheit einzurichten, im Daseinskampf so schwer benachteiligt gewesen sein, daß sie sicher längst ausgestorben wäre. Wir sind aber eine lebende Tierart.

Daß der Weltlauf in Wirklichkeit jene Regelmäßigkeit aufweist, die sich uns zweckmäßigerweise zu dem Hilfsbegriff „zwangläufige kausale Verknüpfung“ verdichtet hat, daran zweifelte Hume keineswegs. Heute sind sogar daran Zweifel aufgetaucht, u. zw. von einer Seite, von der man sie am letzten erwartet hätte, von der exakten Naturwissenschaft her. Die Zweifel haben folgenden Grund. Wir haben gelernt, die überwiegende Mehrzahl physikalischer und chemischer Vorgänge als Massenerscheinungen einer ungeheuer großen Zahl von Einzelindividuen, Atomen, Elektronen, Molekülen anzusehen. Und wir haben weiter gelernt, daß die außerordentlich präzisen und exakten physikalischen und chemischen Gesetzmäßigkeiten, die wir beobachten, sich alle unter ein allgemeineres Gesetz beugen, nämlich dieses: bei jedem physikalischen oder chemischen Vorgang findet ein Fortschreiten von verhältnismäßig wohlgeordneten Zuständen der Atom- und Molekülschwärme zu weniger geordneten statt, ein Fortschreiten von der Ordnung zur Unordnung, ganz so, wie es zu erwarten wäre, wenn jedes einzelne Glied der Masse mehr oder weniger planlos, ohne streng eindeutigen Zwang seinen

Die Grundfrage der Naturwissenschaften ist die nach dem eigentlichen Wesen der Verknüpfung von Ursache und Wirkung. Der Streit darum ist heute von neuem entbrannt. Prof. Schrödinger, Mitglied der Preuß. Akademie der Wissenschaften, kennzeichnet die beiden Fronten, die sich in der Frage nach dem Wesen der Kausalität gegenüberstehen.

Weg verfolgte. Die exakten Gesetze, die wir dabei beobachten, sind „statistische Gesetze“, wie sie an jeder Massenerscheinung um so deutlicher hervortreten, je größer die Zahl der Einzelindividuen ist, und zwar auch dann, ja gerade dann,

wenn das Verhalten des einzelnen Individuums nicht streng determiniert, sondern undeterminiert, „zufallbestimmt“ ist. Daß daraus ein ständiges Fortschreiten von der Ordnung zur Unordnung als Obergesetz, als gemeinsamer Grundcharakter alles Geschehens resultieren muß, erscheint völlig verständlich. Nach der Auffassung des Physikers beruht darauf die sehr ausgesprochene einseitige Richtungstendenz aller Naturvorgänge. Wenn aus einem Anfangszustand als Ursache ein Folgezustand als Wirkung hervorgeht, so ist der letztere (nach Aussage der Molekularphysik) stets der untergeordnete und stets genau derjenige, der bei völliger Zufälligkeit des Einzelgeschehens mit erdrückender Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. So ergibt sich das Paradoxon, daß vom Standpunkte des Physikers die Wurzel der Kausalität der Zufall ist.

Daß planloser Zufall gesetzmäßige Folgen haben kann, möchten wir an einigen Beispielen erläutern. Man denke sich eine große, anfangs wohlgeordnete Bibliothek, welche von Tausenden von Besuchern benutzt wird. Diese seien alle so ungezogen, ihr Buch beim Fortgehen nicht an den richtigen Standort, sondern an einen beliebigen Platz zurückzustellen. Der Zustand der Bibliothek wird dann mit sehr ausgesprochener einseitiger Richtungstendenz aus einem geordneten in einen ungeordneten übergehen. Erstaunlicher ist, daß während dieses Prozesses doch gewisse Gesetzmäßigkeiten zutage treten werden, und zwar gerade dann, wenn alles, auch das Herausgreifen der Bände, völlig planlos erfolgt. Wenn wir dann z. B. nach einer Woche des barbarischen Regimes von einer 80bändigen Goetheausgabe nur mehr 60 Bände am Standort, 20 verstreut finden, so werden wir damit zu rechnen haben, daß in der zweiten Woche ungefähr weitere 15 Bände, in der dritten nur ungefähr 11 Bände vom Standort verschwinden. Denn bei der vorausgesetzten völligen Planlosigkeit des Herausgreifens vermindert sich natürlich die Gefahr, daß gerade einen von den noch am Standort verbliebenen Goethebänden das Schicksal ereilt, im gleichen Maß, wie deren Anzahl abnimmt. So sehen wir hier aus chaotischem Geschehen ein Gesetz entspringen. Die Bändenzahl schwindet nach dem sogenannten „Exponentialgesetz“ oder „Gesetz der geometrischen Reihe“, wie der Mathematiker es nennt. Genau demselben Gesetz begegnen wir bei vielen physikalischen und chemischen Vorgängen, beispielsweise bei der spontanen Umwandlung eines chemischen Elements in ein anderes, dem sogenannten radioaktiven Atomzerfall. Dem Leser werden nun allerdings berechtigete Bedenken auftauchen, ob man wohl, im Beispiel mit der Bibliothek, das behauptete Gesetz wirklich mit einiger Genauigkeit bestätigt finden würde — ja ob es überhaupt erlaubt sei, hier von einem „Gesetz“ zu sprechen.

erfolgte. Die exakten, die wir dabei beobachtet, „statistische Gesetze“, an jeder Massenerscheinung so deutlicher hervorgeht, je größer die Zahl der Individuen ist, und zwar kann, ja gerade dann, Individuums nicht strengert, „zufallbestimmt“ ist. Weichen von der Ordnung des gemeinsamen Grundgesetzes ab, erscheint die Auffassung des Physikers eine einseitige Richtungsgewohnheit aus einem Anfangszustand als Wirkung her. Aussage der Molekularphysik stets genau derjenige, Einzelgeschehens mit dem zu erwarten ist. So ergibt sich die Endpunkte des Physikers als ist.

Die Folgen haben kann, zu erläutern. Man denke an geordnete Bibliothek, wenn benutzt wird. Diese, wenn beim Fortgehen nicht nur an einen beliebigen Band der Bibliothek wird einseitiger Richtungsgewohnheit in einen ungeordneten während dieses Prozesses zutage treten werden, auch das Herausgreifen. Wenn wir dann z. B. ein Regime von einer Jahr 60 Bände am Standort wir damit zu rechnen ungefähr weitere 15 Bände, und vom Standort verabschiedeten völligen Plan ändert sich natürlich die noch am Standort verbleibend ereilt, im gleichen. So sehen wir hier aus entspringen. Die Bände „Exponentialgesetz“ „Leihe“, wie der Mathematiker Gesetze begegnen wir chemischen Vorgängen, Umwandlung eines chemischen sogenannten radioaktiven nun allerdings bekommen wohl, im Beispiel ein Gesetz wirklich mit dem würde — ja ob es ein „Gesetz“ zu sprechen.

Denn es handelt sich dabei doch nur um eine Wahrscheinlichkeitsüberlegung, letzten Endes hängt doch alles vom Zufall ab. Darüber ist zu sagen: bei einem achtzigbändigen Werk würden in der Tat noch ganz erhebliche Differenzen zwischen der jeweils wirklich vorhandenen und der nach dem „Gesetz“ erwarteten Bände-Zahl zu erwarten sein. Bei einem 80 000bändigen Werk (in einer Bibliothek von vielen Millionen Bänden) wären diese zufälligen Abweichungen prozentuell schon viel kleiner. Es läßt sich berechnen, daß bei der ungeheuren Zahl von Atomen, die an jedem Vorgang beteiligt sind, auch rein statistische Gesetzmäßigkeiten jenen Grad von Exaktheit annehmen, den wir in der Natur beobachten. Völlig scharf wird ein statistisches Gesetz sich freilich nie erfüllen. Es ist der größte Triumph der statistischen Theorie der Naturgesetze, das überzeugendste Argument zu ihren Gunsten, daß in zahlreichen Fällen, z. B. gerade bei der oben erwähnten radioaktiven Umwandlung, kleine, ganz unregelmäßige „Abweichungen vom Gesetz“ wirklich beobachtet werden von genau derjenigen Art und Größe, wie sie die statistische Theorie zuvor vorausgerechnet hatte!

Ein anderes Beispiel dafür, wie aus Zufall Gesetzmäßigkeit entspringen kann, entnehmen wir dem bürgerlichen Leben: das Versicherungsgeschäft. Das, wogegen wir uns versichern — Unfall, Tod, Brand, Einbruch —, hängt von tausend Zufälligkeiten ab. Da es der Versicherungsgesellschaft aber gar nicht darauf ankommt, welches versicherte Objekt im nächsten Jahr niederbrennt, ob dieser oder ein anderer Versicherte verunglückt usw., sondern bloß darauf, welcher Bruchteil der Versicherten von Schaden betroffen wird, so vermag sie auf Grund des ihr bekannten (aus der Statistik früherer Jahre bekannten) Bruchteils eine verhältnismäßig geringe Jahresprämie zu berechnen, gegen welche sie sich ruhig zur eventuellen Deckung eines viel größeren Schadens verpflichten kann.

Es war oben davon die Rede, daß die statistische Theorie eine verständliche Erklärung für die einseitige Richtungstendenz des Naturverlaufes gibt, indem sie ihn als eine Entwicklung von geordneteren zu weniger geordneteren Zuständen der Atomschwärme kennzeichnet. Es handelt sich um ein sehr allgemeines Gesetz (den sogenannten „zweiten Hauptsatz der Thermodynamik“ oder „Entropiesatz“), von dem wir überzeugt sind, daß ihm auch die verwickeltesten Erscheinungen des organischen Lebens, die Entstehung einer komplizierten Organismenwelt aus primitiven Anfängen, das Aufblühen menschlicher Kulturen, in ihren physikalischen und chemischen Grundlagen unterworfen sind. Das klingt etwas paradox und kann leicht zu einer furchtbar pessimistischen Mißdeutung der rein physikalisch gemeinten Behauptung führen, so daß ein Wort zur Aufklärung unerlässlich ist. Es verhält sich damit so: nur im Ganzen genommen nimmt die Unordnung beständig zu. An einzelnen Stellen der Welt oder an bestimmten Körpersystemen kann sehr wohl eine „Zunahme der Geordnetheit“ dadurch ermöglicht werden, daß an anderen eine ausreichende Kompensation dafür eintritt. Nun stellt der Wärmeverrat der Sonne vom physikalischen Standpunkt einen ungeheuren „Vorrat an Ordnung“ dar, sofern diese Wärme sich noch nicht gleichmäßig auf das Weltall verteilt hat (wozu sie entschiedene Neigung besitzt), sondern vorläufig noch auf einen verhältnismäßig kleinen Teil des Raumes konzentriert ist. Die Verstrahlung der Sonnenwärme, wovon ein kleiner Teil uns zugute kommt, ist der kompensierende Vorgang, der das mannigfaltige Leben und Weben auf der Erde ermöglicht, welches sehr häufig im Sinne zunehmender Ordnung verläuft. Ein kleiner Bruchteil des ungeheuren Vergeudungsprozesses

reicht hin, um das irdische Leben mit Ordnung zu speisen und dadurch in Gang zu halten — freilich nur solange die lebenspendende Mutter es in sich haben wird, sich (noch dazu auf so rasend unökonomische Art!) den Luxus eines Planeten zu leisten, den Wind und Wolken, schäumende Flüsse und wogende Meere, üppige Floren und Faunen, aufstrebende Menschensiedlungen bedecken.

Kehren wir nun zur eigentlichen Kausalitätsfrage zurück. Darüber kann man noch immer verschieden denken. Man kann meinen, daß wir das wahre Wesen, die innere Struktur der Regelmäßigkeit im Naturlauf mit der Aufdeckung des statistischen Charakters der Naturgesetze restlos erkannt und den Begriff des zwangläufigen Kausalzusammenhanges aus unserem Weltbild zu tilgen haben — so ähnlich wie der Begriff eines Wärmefluidums aus der Physik verschwand, als man erkannte, daß Wärme nichts weiter als ungeordnete Bewegung der kleinsten Teilchen ist. Man wird zur Preisgabe des Kausalprinzips besonders dann geneigt sein, wenn man darin, mit Hume, keine Denknöwendigkeit, sondern nur eine bequeme Gewohnheit erblickt hat, erzeugt durch Beobachtung derjenigen Regelmäßigkeit im Ablauf des wirklichen Geschehens, deren bloß statistischer Charakter jetzt durchschaut ist. — Hält man jedoch (abweichend von Hume) das Kausalprinzip für eine Denknöwendigkeit, für ein „a priori“, das jeder möglichen Erfahrung unweigerlich den Stempel aufdrückt, so wird man anderer Ansicht sein, man wird glauben, das Verhalten des einzelnen Atoms sei eben doch in jedem Einzelfalle streng kausal determiniert; ja, man wird behaupten, die streng kausale, wenn auch im einzelnen nicht überblickbare Determiniertheit der elementaren Vorgänge im Unendlichkleinen sei geradezu die Vorbedingung, um auf eine daraus zusammengesetzte Massenerscheinung überhaupt statistische und wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen anwenden zu dürfen.

Die zweite Ansicht ist die konservativere, die erste ist höchst revolutionär. Sie verhalten sich zueinander als reine Antithesen. Nach der revolutionären Ansicht ist undeterminierter Zufall das Primäre, nicht weiter Erklärbares, Gesetz tritt nur statistisch an der Massenerscheinung durch Zusammenwirken sehr vieler Zufälle in Erscheinung. Nach der konservativen ist gesetzlicher Zwang das Primäre, nicht weiter Erklärbares, von Zufall sprechen wir nur beim Zusammenwirken sehr vieler unüberblickbarer Teilursachen. Eine experimentelle Entscheidung des Dilemmas dürfte kaum möglich sein, weil eben, rein denktechnisch, sowohl das Gesetz auf Zufall als auch der Zufall auf Gesetz zurückgeführt werden kann, wenn man Lust dazu hat. Wo wir als letztes erkennbares Strukturelement des Weltbildes gesetzmäßiges Geschehen antreffen, da kann, wer will, eine Zufallssphäre dahinter vermuten, die statistisch das Gesetz gebiert. Und ebenso kann der Anhänger des Kausalprinzips jeden Zufall von unkontrollierbaren wechselnden Ursachen abhängig denken, die bald diese, bald jene Wirkung, immer aber zwangläufig, herbeiführen.

Als Phänomen der Geistesgeschichte gewertet reiht sich die gegenwärtige Aufrollung der Kausalitätsfrage an die Fragen nach dem wahren Charakter von Raum und Zeit, welche seit Einstein von neuem diskutiert werden. Das alte Band zwischen Philosophie und Naturwissenschaft knüpft sich wieder enger, nachdem es vorübergehend so stark gelockert schien. Je weiter die naturwissenschaftliche Erkenntnis vordringt, um so weniger kann sie der philosophischen Erkenntniskritik entraten, um so nötiger wird es aber auch für den Philosophen, das Gebiet der Forschung sehr genau zu kennen, dem er die Normen der Erkenntnis vorzuschreiben unternimmt.



pure chance,  
er it most un-  
only on this

SCIOUSNESS  
the universe  
y come to an  
there will be  
niverse. Will  
episode of no

ificance with-  
e be the only  
that life is the  
of the whole

and? "  
ened by time  
l Schrödinger,  
confined to a  
e. It may also  
e. But if this  
n the whole  
throughout its  
history, is to  
ough I think  
lt of an acci-  
of conscious-  
nnot be ac-  
terms. For  
utely funda-  
ounted for in

Britain.)

## Anmerkungen zum Kausalproblem

Von

Erwin Schrödinger (Berlin)

Aus einem an H. Reichenbach gerichteten Brief; vgl. die Vor-  
bemerkung S. 32.

Zürich, den 25. Januar 1924.

Um meine Stellungnahme zu dieser Frage zu bezeichnen, wird es am besten sein, wenn ich damit anfangs, meine Stellung in der Kausalitätsfrage mit ein paar Worten zu charakterisieren — ohne damit natürlich wesentlich Neues zu sagen.

Das tiefe *Problem* der Kausalität scheint mir doch in Folgendem zu liegen: warum erwarten wir unter *völlig* gleichen Umständen stets auch den *völlig* gleichen Erfolg? — und zwar nicht erst bei oftmaliger, sondern schon bei der ersten Wiederholung. Warum drängt sich uns bei *verändertem* Erfolg ganz unabweislich die Überzeugung auf, es müßten sich die Umstände, wenn auch noch so wenig geändert haben. Mit einem noch so *starken* Erfolgseinfluß von noch so *wenig* veränderten Umständen werden wir uns schließlich abfinden können, aber niemals die *geringste* Erfolgsänderung bei *wirklich* unveränderten Umständen zugeben wollen.

Ich nenne das das Rätsel des Induktionschlusses. Ich glaube nicht, daß es für uns im eigentlichen Sinne lösbar ist. Wenn man längere Zeit darüber nachdenkt, stellt sich ein außerordentlich peinliches Gefühl ein, nicht von blödsinnigem Döfen herrührend, sondern eine Art geistiger Drehwindel, weil man stets wieder glaubt, die Sache begriffen zu haben, dann aber gewahr wird, daß man sich beständig in enger und enger werdenden Kreifen bewegt.

Man fragt sich: ich habe in tausend und abertausend verschiedenen Fällen die Erfahrung gemacht, daß gleiche Umstände zum gleichen Erfolg führen; ich sehe nun doch schon, daß die Welt, in der ich lebe, „kausal“ eingerichtet ist, ich werde doch nicht der Narr sein, zu glauben, daß es sich in dem besonderen jeweils vorliegenden Fall

5 Erkenntnis III



anders verhalten werde. Aber warum würde ich das närrisch nennen? Das ist, in anderer Form, die Frage, von der ich ausgegangen bin. Ich habe versucht, das allgemeine Verfahren der Induktion durch einen speziellen Induktionschluß zu stützen: Münchhausen, der sich an seinem Zopf aus dem Sumpfe zieht. — Aber *ich finde es doch wirklich närrisch*. Noch mehr: Ich habe mit diesem „Es närrisch finden“ recht. Ich habe ganz offenkundig recht, wenn ich daraus, daß gleiche Umstände in so und so viel ganz verschiedenen Fällen ja zum gleichen Erfolg führten, schliesse, dem sei ganz im allgemeinen so. Tausende von Menschen haben diesen Schluß gezogen und ihn bis an ihr Lebensende bestätigt gefunden, also werde auch ich . . . und so zieht sich nun gar der Zopf selbst an seinem Zöpfchen aus dem Sumpf, usw. mit Grazie in infinitum.

Man kommt also wirklich und wahrhaftig über die Tatsache, daß wir beständig induktiv schließen, daß wir den größten Nutzen davon haben, daß unsere ganze Lebensführung darauf beruht, nicht hinaus. Die millionenhafte Bestätigung unserer Erwartungen durch die Erfahrung kann uns wohl zu dem *Entschluß* führen, es auch weiterhin so zu halten; aber weshalb sie uns dazu führt, können wir nicht anders als tautologisch erklären.

Eines läßt sich vielleicht sagen. Unter welchen Umständen würden wir *nicht* zum Induktionsverfahren und zum Kausalbegriff gelangt sein? Doch sicherlich dann, wenn uns das *Material* dazu, an dem wir den Schluß *faktisch* vollziehen (wenn auch, ohne die Berechtigung nachweisen zu können) mangelte. Also wenn wir in einer chaotischen Welt lebten, wo wir *nicht* beständig auf gleiche Umstände gleiche Folgen eintreten sähen. (Man kann sich freilich schwer denken, daß auf einer solchen Welt sich denkende Wesen entwickeln.) Man könnte sagen, nun leben wir aber doch in einer Welt, die kein Chaos ist. Natürlich wäre das derselbe Zirkel wie oben. Aber es zeigt sich vielleicht doch, daß die Vorstellung von der Kausalität etwas mit *Realismus* zu tun hat. Nur weil wir unsere Umgebung als etwas Reales ansehen, das einen gewissen Bestand hat, können wir dazu gelangen, diesem Realen als *Eigenschaft* das Kausalverknüpfte beizulegen. Natürlich verschließt sich hinter die Vorstellung eines „relativ beständigen Realen“ nur wieder das, was ursprünglich gefragt war: wie so gehabte Erfahrung über zu habende etwas ausfragen kann; nämlich jetzt: eben wegen dieser als beständig zu denkenden Ordnungseigenschaft des Realen.

Daß ich übrigens an diese Ordnungseigenschaft in Wirklichkeit

gar nicht so recht glaube, erleben Sie aus meiner Antrittsrede, die ich mir erlaube, Ihnen beizulegen<sup>1)</sup>.

Nun aber einige besondere Bemerkungen zu Ihrer Unterfuchung: Ich stoße mich ein wenig an der geringen Zwangsläufigkeit, mit der in einem wirklichen Fall die „beherrschende Funktionenreihe“ oder gar die „vollständige b. F.“ abgeleitet werden kann. Ich möchte sagen, sie ist gar nicht wirklich extensional gegeben (d. h. *nicht einmal* extensional). Sie wäre es z. B. dann, wenn die Funktionsform feststünde, und nur gewisse Parameter anzupassen wären; die folgen dann bekanntlich aus einem gegebenen Beobachtungsmaterial nach der Methode der kleinsten Quadrate zwangsläufig. Dem Auffinden der richtigen Funktionsform, für das es absolut keine Methode gibt, liegen in Wirklichkeit Schlußreihen zugrunde, die tief vom Dunkel des instinktiven Erratens verhüllt sind. — Aber Sie wissen das selbst.

Was ich das „unlösbare Rätsel der Induktion“ genannt habe, das verschließt sich bei Ihnen natürlich in den „Wahrscheinlichkeitschluß“. Sie sagen auch selbst S. 62, daß dieser noch wenig aufgeklärt ist.

Nun aber zu dem, was mir am wichtigsten ist. S. 47: Kausalität liegt vor, wenn die beherrschende Reihe den Typus I annimmt.

Ich zweifle nach dem heutigen Stand unserer physikalischen Erkenntnis nicht daran, daß, angewandt auf einen wirklichen Fall, d. h. auf die Beobachtung *molaren* (nicht molekularen) Geschehens, die Reihe den Typus II annimmt.

Damit meine ich zweierlei:

1.) Sehen wir von den sogenannten „Schwankungserfcheinungen“ ab! Dann werden doch die Beobachtungspunkte, wenn man sie immer mehr häuft oder von Haus dicht genug macht, nicht (zweidimensional gesprochen) eine *Kurve*, sondern einen *Flächenstreifen* bedecken: und zwar wegen der Beobachtungsfehler. Diese sind nun *wirklich* da, man kann sie nicht wegleugnen. Es ist klar, daß, wenn man, rein mechanisch, die Beobachtungen häuft, indem man z. B. zu scharfen Abzissenwerten die Ordinatenwerte immer dichter und dichter beobachtet und sukzessive die Funktionen der beherrschenden Reihe zu bilden sucht, diese schließlich wüste Tänze aufführen werden.

<sup>1)</sup> Diese schon 1922 gehaltene Rede wurde veröffentlicht in den Naturwissenschaften 17, 1929, S. 9. (Anm. d. H.)

Nun können Sie freilich sagen, der Beobachter wird klug genug fein, zu merken, was los ist, er wird Abweichungen von diesem Betrag als vernachlässigbar klein ansehen und ihnen mit der Funktion nicht nachgehen. Aber was den Ordinaten recht ist, ist den Abszissen billig. Außerdem sind in Wahrheit *beide* fehlerhaft, das „zu scharfen Abszissen beobachten“ oben ist ja Fiktion. Der Beobachter wird sich dann eingestehen müssen, daß er von einer gewissen Dichte der Beobachtungen an für die Feststellung der Funktionsform (einschließlich Zahl und Art der darin auftretenden Parameter) durch weitere Häufung der Beobachtungen nichts mehr gewinnt, sondern nur für die Genauigkeit der Parameter. *Die Reihe erreicht also dann nach einer endlichen Zahl von Schritten zwangsweise den Typus I.* Oder vielmehr, es kann sich dann nur mehr um die viel einfachere Frage handeln, ob bei *merklich gleicher* Abszisse *merklich die gleiche* Ordinate beobachtet wird. Und das ist die Ausgangsfrage (gleiche Umstände, gleicher Erfolg?). Das Reihenschema hat sich in diesem Falle (von dem wir doch allgemein glauben, daß *er* es ist, der wirklich vorliegt) von selbst wieder ausgeschaltet, es hat kein Kriterium geliefert.

2.) Nun sehen wir zweitens von den Schwankungserscheinungen, denen prinzipiell wohl jede meßbare physikalische Größe unterworfen ist, *nicht* ab. Dafür sehen wir für den Augenblick von den Beobachtungsfehlern ab, oder sehen sie doch als klein an gegenüber den reellen Schwankungen (es gibt genug realisierbare Fälle dieser Art). Dann findet unser Beobachter den Reihentypus II in aller Reinheit, wobei er sich noch durch anderweitige Kontrolle seiner Instrumente davon überzeugen kann, daß *nicht* Beobachtungsfehler vorliegen. Wird er deshalb für die unterfuchte Erscheinung die Kausalität überhaupt leugnen? Er durchforscht den Sachverhalt, durchschaut ihn, sieht, daß seine Beobachtungspunkte sich um eine gewisse Funktion *wie* Beobachtungsfehler gruppieren und leitet ein völlig exaktes *Gesetz* ab (z. B. das des radioaktiven Zerfalls  $a = a_0 e^{-\lambda t}$ ) nicht nur für die Mittelkurve, sondern sogar für jene Schwankungen, welche letzteres dann allerdings ein ganz eigentlich statistisches Gesetz ist. —

Nach diesen Überlegungen, die sich, wie ich glaube, nicht anfechten lassen, würde der Standpunkt der meisten Urteilsberechtigten Ihren Entwicklungen gegenüber wahrscheinlich dieser sein: das Reichenbachsche Reihenkriterium ist unbrauchbar. Es führt, wenn man auf die begrenzte Beobachtungsgenauigkeit Rücksicht nimmt

(und dies zu unterlassen, wäre sinnlos), zwangsweise auf Typus I, außer, es liegen reelle Schwankungen vor, die die Beobachtungsfehler merklich überschreiten. Andererseits liegen aber prinzipiell immer Schwankungen vor, es ist prinzipiell immer möglich, die Beobachtungsgenauigkeit so zu steigern, daß sie merkbar werden, man wird also eigentlich wirklich doch immer auf Typus II geführt werden. Es scheint sich also doch so zu verhalten, daß die Empirie über Kausalität nicht entscheiden kann, das tatsächliche Vorgehen der Naturforscher scheint vielmehr den Apriori-Philosophen recht zu geben: Kausalität ist ein unablässiger Bestandteil unserer Art, zu begreifen, den wir an jedes Beobachtungsmaterial heranzubringen nicht vermeiden können, es mag beschaffen sein, wie es will.

Das ist aber sicher nicht der einzige Standpunkt, den man einnehmen kann. Man kann sich entschließen, Ihr Reihenkriterium doch beizubehalten. Dann entscheidet aber die heute vorliegende Erfahrung mit großer Wahrscheinlichkeit *gegen* Kausalität, wahrscheinlich in *allen Fällen*. Es ist mir sehr wertvoll, daß Sie durch sorgfältige, unvoreingenommene Analyse zu diesem Ergebnis geführt worden sind, das sicherlich durchaus nicht in Ihrer Absicht lag. Ich möchte sagen, Ihre Funktionenfolgen sind, was die Mathematiker konvergent nennen. Die Stelle bester Konstanz gibt das jeweilige physikalische *Gesetz* an, das aber — nach Ausweise der späteren Divergenz der Folgen — nicht kausaler, sondern statistischer Natur ist.

Denken wir uns nun diese zweite Auffassung — es ist im wesentlichen die von F r a n z E x n e r — angenommen und in unser ganzes Naturbild eingeführt, wie es wahrscheinlich in einigen Dezennien der Fall sein wird. Ich bin weit entfernt davon, eine einigermaßen klare Vorstellung zu haben von der Struktur, die unser Naturbild dann annehmen wird. Ohne eine gewisse *Beständigkeit* der Elemente des Bildes werden wir natürlich auch da nicht auskommen können, denn sonst wäre die Welt der folgenden Sekunde völlig unabhängig von der vorausgehenden Sekunde. (Einen wichtigen Teil dieser Beständigkeit besitzen wir wohl schon in den „Erhaltungssätzen“ von Energie und Impuls.) Was ich nun sagen will, ist: wir dürfen nicht glauben, daß in diesem Bild nun das „Rätsel des Induktionschlusses“ verschwunden, bzw. aufgelöst sein wird. Wohin es sich zurückziehen wird, läßt sich nicht mit Sicherheit sagen. Wir werden aus unserem Bilde die Berechtigung zur Erwartung gleichen Erfolges bei gleichen Umständen an der Hand des „Gesetzes der großen Zahlen“ zurückverfolgen können bis ins atomistische Ge-

schehen (bzw. das können wir schon heute). Dort werden nun — stelle ich mir vor — Gesetze anzunehmen sein von der Art, daß *scharf* bestimmten Umständen ein ganzes Kontinuum möglicher Erfolge — vielleicht, mit gewissen Beständigkeitseinschränkungen, *alle* möglichen Erfolge entsprechen. Das „Rätsel“ wird sich darauf zurückgezogen haben, daß bei oftmaliger Herstellung der scharf bestimmten Anfangsbedingungen („Umstände“) die Verteilung der Erfolge über dieses Kontinuum eine ganz bestimmte, z. B. gleichmäßige ist. — Man kann freilich nicht wissen, ob gerade diese Vorstellung (die durchsichtig unseren Glücksspielen nachgebildet ist) sich brauchbar erweisen wird. Jedenfalls irgendwo wird ein Axiom hereinschlüpfen müssen, das an Rätselhaftigkeit der Kausalität nicht nachsteht. Denn Probleme lösen sich nicht von selbst.