Übung 1:

In R wird eine negative Ladung $Q_1 = -4\mathrm{C}$ und in S eine positive Ladung $Q_2 = 1\mathrm{C}$ fest eingebracht im Abstand $d = 2\mathrm{mm} = 0{,}002\ m$. Die Kraft wird in N (*Newton*) gemessen, und mit diesen Einheiten ist in Gl. (1) $const = 8{,}99 \times 10^9 \dfrac{N\ m^2}{C^2}$ (die Einheiten sind konsistent gewählt, das heisst, wenn man Ladungen in C und Abstände in m misst kommt der Resultat automatisch in N).

Ein Urankern wird in einem Punkt T im Abstand D hinter S angebracht. Welche Gesamtkraft K wirkt auf dem Kern für:

$D = 1\mathrm{mm}\ ,\ 2\mathrm{mm}\ ,\ 3\mathrm{mm}\ ,\ \ldots\ ,\ 10\ mm$?

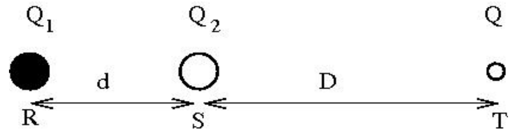
Erstelle eine Tabelle

D :	0,001	0,002	...	0,010 m
K :	....	....	.....	.... N

und zeichne den Graph K gegen D (oder verwende einen GTR).

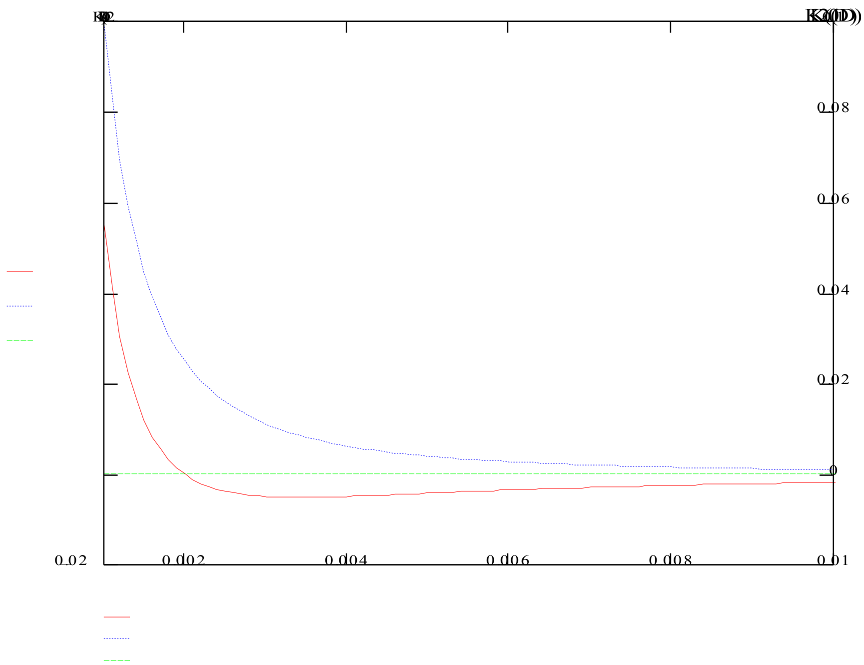
Vergleiche mit der Kraft K_2 die auf dem Urankern wirkt wenn die Ladung in R weggenommen wird (also, $Q_1 = 0$). Beschreibe die Kräfte K und K_2 .

Hinweis: die Ladung von S wirkt eine positive (abstossende) Kraft auf dem Kern in T und die vom R eine negative (anziehende) Kraft, die Gesamtkraft ist die Summe der beiden (mit ihren Vorzeichnen).



$$K\ (D) = const \times \left(\frac{Q\ Q_2}{D^2} + \frac{Q\ Q_1}{(D+d)^2}\right) = 8{,}99 \times 92 \times 1{,}6 \times 10^{-19\text{times}} \left(\frac{1}{D^2} - \frac{4}{(D+0{,}002)^2}\right)$$

$K(0{,}001) = 0{,}073518\ ,\ K(0.003) = -0{,}00647\ ,\ K(0{,}005) = -0{,}005509$



Übung 2:

Eine Rakete fliegt mit halber Lichtgeschwindigkeit von der Erde weg, $w = \frac{1}{2}\, c$, und schiesst Projektile mit Geschwindigkeiten $v = 0{,}1\ c\ ;\ 0{,}2\ c\ ;\ 0{,}3\ c\ ;\ \ldots\ ,\ 0{,}9\ c\ ;\ 1{,}0\ c$ (gemessen im Bezugssystem der Rakete). Welche Geschwindigkeiten u haben diese Projektile im Bezugssystem der Erde? Erstelle einen Graph u gegen v . Verwende das relativistisches Gesetz Gl. (4) und vergleiche mit der nichtrelativistischen, Gl. (5).

Übung 3:

Betrachte eine Aufzugkabine im gravitationsfreiem Raum, irgendwo im Weltall (siehe die Bilder auf der nächsten Seite !).

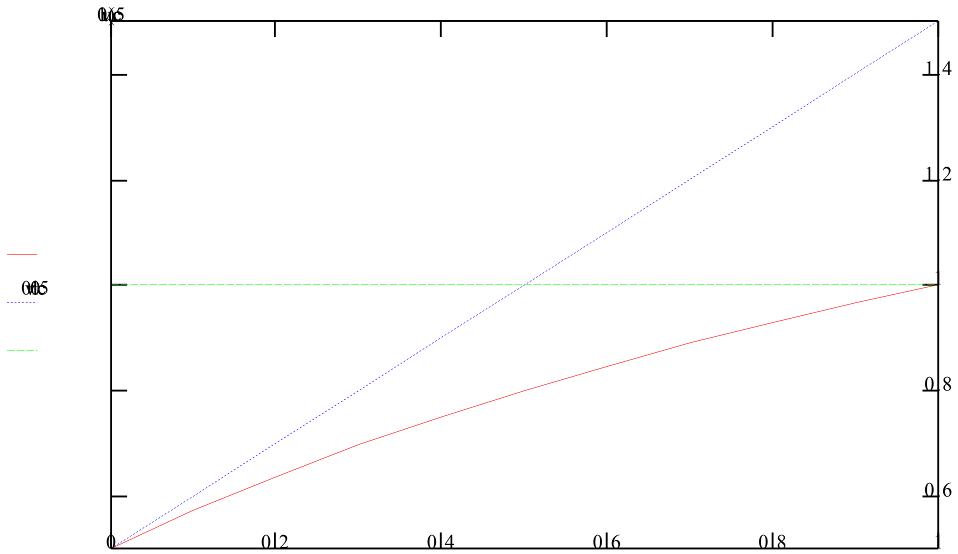
Im Bild *a)* ist die Kabine in Ruhe und der äussere Beobachter ***A*** und der innere Beobachter ***B*** sehen dasselbe: Ein mit Geschwindigkeit 2 *m/s* in *4 m* Höhe in der Kabine horizontal geworfenes Ball bewegt sich horizontal gerade aus und kommt nach 1, 2, ... *Sek.* 2, 4, .. *m* weit (der Grid ist in Einheiten von *1 m*).

Danach startet die Kabine beschleuni0.1gt nach oben, *b),* und erreicht nach *1 Sek.*, die Stellung *c)* und nach *2 Sek. d)*. Zeichne in *c)* und *d)* die jeweilige Stellung des Balls (also, so wie ***A*** es sieht).

Zeichne in *e)* die Bahn des Balls, so wie sie ***B*** sieht.

$$u = \frac{v + w}{1 + \frac{v\,w}{c^2}} = \frac{v + 0{,}5\ c}{1 + 0{,}5\ \frac{v}{c}} \qquad \text{oder} \qquad \frac{u}{c} = \frac{\frac{v}{c} + 0{,}5}{1 + 0{,}5\ \frac{v}{c}}$$

Wir können $c \simeq 300000\mathrm{km}/s$ einsetzen, oder alles in Einheiten von c ausdrücken.



Übung 4:

Berechne die Energie E eines Protons ($m_0 = 0{,}938\ GeV/c^2$) mit einem Impuls p von:

$0,\ ;\ 100\ MeV/c\ ;\ 500\ MeV/c\ ;\ 1\ GeV/c\ ;\ 2\ GeV/c\ ;\ 5\ GeV/c\ ;\ 10\ GeV/c$

mit Hilfe von Gl. (6). (Behalte dabei c als Buchstaben, ohne seinen Wert einzusetzen, es wird sich kürzen!) Trage die Resultate in einer Tabelle ein und erstelle den Graph E gegen p. Vergleiche mit der selben Rechnung für ein Photon – verwende Gl. (7).

Berechne die Geschwindigkeit des Protons (in % von c) für jeden dieser Impulse mit Hilfe der 2. Gl. (8) (z.B., für $p = 1\ GeV/c$ findest Du $v = 0{,}72936\ c$, d.h. $72{,}936\ \%\ c$).

Übung 5:

Wie viel Energie wird freigesetzt bei der Vernichtung eines Elektron-Positron Paares

($m_0 = 0{,}511\ MeV/c^2$) mit entgegengesetzten Impulsen $1\ MeV/c\ ,\ -1\ MeV/c$?

Wenn 2 Photonen diese Energie aufnehmen sollen, welche Impulse würden sie haben?

Übung 4:

Proton:

$$p=0\,,\ E=m_0c^2=0{,}938\,GeV\,,\ v=0$$

$$p=0{,}5\,GeV/c\,,\ E=\sqrt{(0{,}938\,GeV)^2+(0{,}5\,GeV)^2}=1{,}063\,GeV\ ;\ v=\frac{pc^2}{E}=\frac{0{,}5}{1{,}063}c=0{,}3067\,c$$

$$p=1\,GeV/c\,,\ E=\sqrt{(0{,}938\,GeV)^2+(1\,GeV)^2}=1{,}371\,GeV\ ;\ v=\frac{pc^2}{E}=\frac{1}{1{,}371}c=0{,}729c$$

$$p=10\,GeV/c\,,\ E=\sqrt{(0{,}938\,GeV)^2+(10\,GeV)^2}=10{,}044\,GeV\ ;\ v=\frac{pc^2}{E}=\frac{10}{10{,}044}c=0{,}996c$$

Photon:

$$p=0\,,\ E=|p|c=0\,,\ v=c\,,\ \lambda=\frac{h}{|p|}=\infty$$

$$p=1\,GeV/c\,,\ E=1\,GeV\,,\ v=c\,,\ \lambda=\frac{4{,}1357\times10^{-24}\,GeV\,s}{1\,GeV/c}=4{,}136\times10^{-24}\,c\times s=$$

$$=4{,}136\times10^{-24}\times3\times10^{8}\,\frac{m\,s}{s}=1{,}24\times10^{-15}\,m=0{,}124\times10^{-8}\,\mu$$

Zum Vergleich:

Wellenlänge im blauen Bereich des Spektrums $\lambda\simeq0{,}4\,\mu$, Energie $E_{blaues\ photon}\simeq0{,}31\,eV$

Übung 5:

$$E_{tot}=2\sqrt{(0{,}511\,MeV)^2+(1\,MeV)^2}=2{,}246\,MeV=2\,E_{phot}$$

$$p_{phot}=\pm E_{phot}/c=\pm0{,}5\,E_{tot}/c=\pm1{,}123\,MeV/c$$

Übung 6:

Beim jetzt durchgeführten Experiment am LHC in CERN werden Protonen mit der Energie von jeweils $3{,}5\ TeV = 3500\ GeV$ auf einander gejagt.

a) Welchen Impuls hat ein so beschleunigtes Proton? Verwende Gl. (6). Die Protonen kommen in Paketen von etwa 10^{11} Protonen, und im LHC sollen gleichzeitig etwa 3000 solcher Pakete laufen. Welcher Gesamtimpuls werden alle diese Pakete zusammen haben?

Welche Geschwindigkeit hat es? Verwende Gl. (8).) Welche Masse M sollte ein Körper haben, um bei einer Geschwindigkeit $V = 100\ Km/h$ denselben Impuls zu entwickeln? (Verwende hier diesen Körper die nichtrelativistische Gleichung $p = M\ V$.)

b) Bei diesen Experimenten entstehen beim Stoß der 2 Protonen (mit genau entgegengesetzten Impulsen) viele Teilchen. Welcher Gesamtimpuls, welche Gesamtenergie, Gesamtladung, Gesamtbaryonenzahl und Gesamtleptonenzahl haben die erzeugten Teilchen?

a)

$$p=\frac{\sqrt{E^2-m_0^2c^4}}{c}=\sqrt{3500^2-0{,}938^2}\frac{GeV}{c}=3500\,GeV/c$$

$$p_{tot}=10^{11}\times3000\times3500\,GeV/c=1{,}05\times10^{18}\,GeV/c=$$

$$=0{,}1682\,GJ/c=\frac{0{,}1682\times10^9\,Kg\,m^2/s^2}{3\times10^8\,m/s}=0{,}56\,Kg\,m/s$$

$$MV=p_{tot}\rightarrow M=\frac{p_{tot}}{V}=\frac{0{,}56\,Kg\,m/s}{100\,Km/h}=\frac{0{,}56\,Kg\,m/s}{27{,}77\,m/s}\simeq20\,g$$

Das ist zu vergleichen mit der gesamte Restmasse der Protonen:

$$3000\times10^{11}\times1{,}7\times10^{-24}\simeq0{,}5\times10^{-9}\,g$$

b)

Gesamtenergie und Gesamtimpuls der produzierten Teilchen ist $7\,TeV$, bzw. 0 (der Stoss erfolgt im Schwerpunksystem!).
Für die Quantenzahlen muss gelten: $Q_{ges}=2\,,\ B_{ges}=2\,,\ L_{ges}=0$

Übung 9:

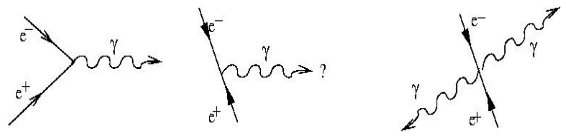
Prüfe die Energie und Impuls Erhaltung für die Prozesse d), unter der Bedingung dass alle Teilchen real sind, also die Energie-Impuls-Relationen Gl. (6) und (7) gelten. Verwende den 2., bzw. den 3. Graph, wo man das *Schwerpunkt-Bezugssystem* gewählt hat.

Im Schwerpunktsystem (2. und 3. Bild) haben wir

$$p_{e^+}=-p_{e^-}\equiv p_e\quad,\quad E_{e^+}=E_{e^-}=\sqrt{m_e^2c^4+p_e^2c^2}\equiv E_e$$

und deshlalb

$$p_{tot}=p_{e^+}-p_{e^-}=0\quad\text{und}\quad E_{tot}=2\,E_e$$

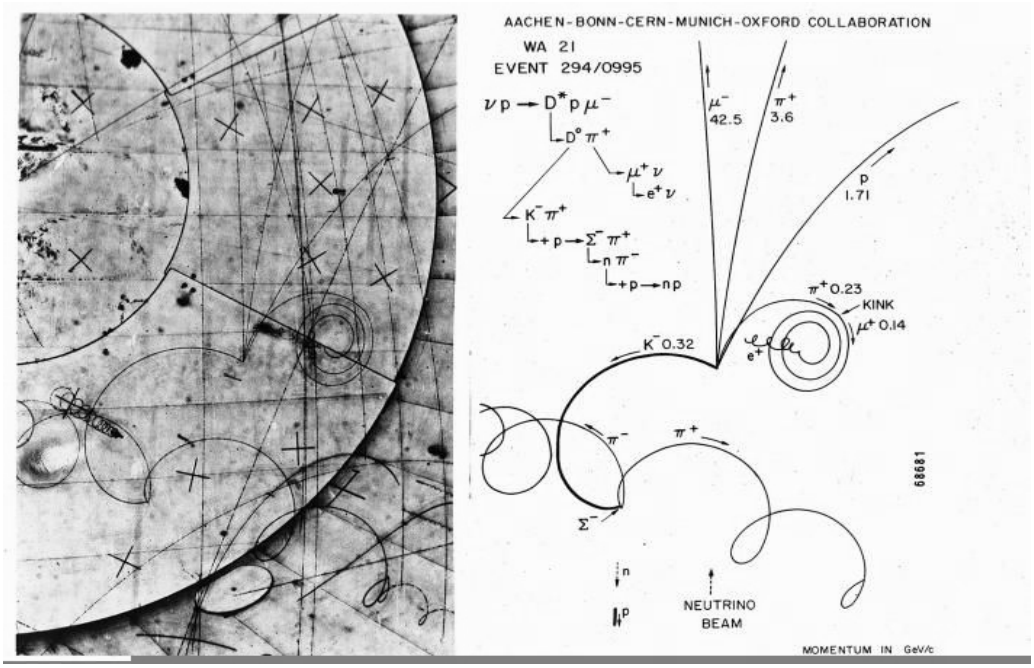


Ein reales Photon muss haben: $E_{ph}=c|p_{ph}|$. Ein Photon kann nicht Energie $E_{ph}=E_{tot}>0$ und Impuls $p_{ph}=p_{tot}=0$ haben, die Impuls-Energie-Erhaltung ist deshalb nicht erfüllbar.

Dagegen: zwei Photonen von Impulse $p_{ph1}=-p_{ph2}\equiv p_{ph}$ erfüllen die Impulserhaltung, und mit $E_{ph}=c|p_{ph}|=E_e$ auch die Energieerhaltung, was ihre Impulse festlegt: $p_{ph}=E_e/c$

Übung 7:

Prüfe die Ladungs-, Baryonenzahl- und Leptonenzahlerhaltung auf jeder Stufe des Prozesses im Blasenkammerbild auf Seite 19 an Hand der dort angegebenen Skizze. Was für eine Ladung, Baryonenzahl und Leptonenzahl muss das $D*$ - Teilchen haben, so dass diese Erhaltungsgesetze erfüllt werden? Ist es ein Hadron oder ein Lepton, ein Baryon oder ein Meson? Beachte, dass auf den 4. und 6. Stufe (linke Zweig) jeweils ein Proton (aus der Blasenkammer) in Anfangszustand hinzu kommt.



Hier π, K sind Mesonen ($B=L=0$) und ν, μ^-, e^- Leptonen ($B=0, L=1$).
Wir führen ein Q_D*, B_D* und L_D* , dann haben wir:

Stufe	Prozess	Q	B	L
1.	$\nu+\pi \rightarrow D*+p+\mu^-$	$0+1=Q_D*+1-1$	$0+1=B_D*+1+0$	$1+0=L_D*+0+1$

Von hier schließen wir: $Q_D*=1,\ B_D*=0,\ L_D*=0$, $D*$ ist also ein positiv geladenes Meson.

Für die 2. Stufe führen wir ein Q_{D^0}, B_{D^0} und L_{D^0} , dann:

2. $D* \rightarrow D^0+\pi^+$ $\quad 1=Q_{D^0}+1 \quad 0=B_{D^0}+0 \quad 0=L_{D^0}+0$

und wir schließen: $Q_{D^0}=0,\ B_{D^0}=0,\ L_{D^0}=0$, D^0 ist also ein neutrales Meson.

Linker Zweig:

3. $D^0 \rightarrow K^-+\pi^+$ $\quad 0=-1+1 \quad 0=0+0 \quad 0=0+0$

Wieder führen wir Unbekannten ein $Q_{\Sigma^-}, B_{\Sigma^-}, L_{\Sigma^-}$, dann

4. $K^-+p \rightarrow \Sigma^-+\pi^+$ $\quad -1+1=Q_{\Sigma^-}+1 \quad 0+1=B_{\Sigma^-}+0 \quad 0+0=L_{\Sigma^-}+0$,

also $Q_{\Sigma^-}=-1, B_{\Sigma^-}=1, L_{\Sigma^-}=0$, Σ^- ist also ein negativ geladenes Baryon.

5. $\Sigma^- \rightarrow n+\pi^-$ $\quad -1=0-1 \quad 1=1+0 \quad 0=0+0$,

Rechter Zweig:

6. $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ $\quad 1=1+0 \quad 0=0+0 \quad 0=-1+1$

Übung 11:

Untersuche folgende Prozesse in Bezug auf die $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{L_e}$ *Erhaltungsgesetze*.

Welche Prozesse können allein aufgrund dieser Gesetze nicht stattfinden (sind "verboten")?

a) $p + n \rightarrow e^+ + e^+ + \bar{p} + n + n$

b) $p + d \rightarrow n + d + e^+ + \bar{\nu}_e$

c) $p + e^- \rightarrow n + e^+ + e^- + \nu_e$.

Übung 12:

Bei einem $p\ p$ Ereignis ("event") findet man als Resultat ein n und Hinweis auf einem sehr kurzlebigen, schweren Teilchen $\boldsymbol{X}$ das gleich in einem p und einem π - Meson zerfällt.

a) Welche Ladung, Baryonenzahl und Leptonenzahl muss $\boldsymbol{X}$ haben?

Findest Du ein solches Teilchen in der in *Übung 8* erstellten Tabelle? Welcher Quarkinhalt hat es?

b) Welche Ladung hat das π - Meson in diesem Ereignis?

11)

	Q	B	L	
a)	1 + 0 = 1 + 1 – 1 + 0 + 0	1 + 1 = 0 + 0 – 1 + 1 +1 Verletzt!		unmöglich
b)	1 + 1 = 0 + 1 + 1 + 0	1 + 2 = 1 + 2 + 0 + 0	0 = - 1 - 1 !	unmöglich
c)	1 – 1 = 0 + 1 – 1 + 0	1 + 0 = 1 + 0 + 0 + 0	1 = 0 – 1 + 1 + 1	OK!

12)

Prozess	Q	B	L
$p+p \rightarrow X+n$	$1+1=Q_X+0$	$1+1=B_X+1$	$0+0=L_X+0$

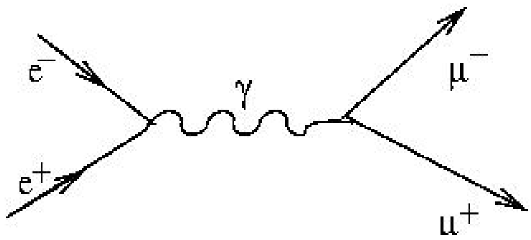
also $Q_X=2,\ B_X=1,\ L_X=0$: doppelt-positiv geladenes Baryon

$X \rightarrow p+\pi$ Da $Q_X=2$ handelt es sich um einem π^+

Übung 10:

Ein Elektron-Positron Paar ($m_e = 0{,}511\ MeV/c^2$) mit entgegengesetzten Impulse $p\ ,-p$ annihiliert, mit Erzeugung eines muonen Paares $\mu^+\ ,\ \mu^-$ ($m_\mu = 105{,}638\ MeV/c^2$) - Diagramm e). Wie viel muss p mindestens sein, so dass ein reales $\mu^+\ ,\ \mu^-$ Paar produziert werden kann? Welche Energie und Impuls hat dann das *virtuelle* Photon, welche Impulse die zwei muonen?

1. Stufe: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma_{virt}$



$p_{tot} = p - p = 0\ ,\ E_{tot} = 2\sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2}$

daher

$p_{\gamma_{virt}} = 0\ ,\ E_{\gamma_{virt}} = 2\sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2}$

Bemerke: ein virtuelles Photon erfüllt nicht die Energie-Impuls-Relation!

2. Stufe: $\gamma_{virt} \rightarrow \mu^+ + \mu^-$, wir haben aus der Energie-Impuls-Erhaltung:

$p_{\mu^+} = -p_{\mu^-} \equiv P_\mu\ ,\ E_{\mu^+} = E_{\mu^-} = \sqrt{m_\mu^2 c^4 + p_\mu^2 c^2} = \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2}$. Die letzte Gleichung verbindet die Elektron- und die Muon-Impulse. Wir quadrieren sie und finden: $m_\mu^2 c^4 + p_\mu^2 c^2 = m_e^2 c^4 + p^2 c^2$, also (nach dem wir die Unbekannte p^2 links bringen und, zwecks Vereinfachung, mit c^2 dividieren):

$$p^2 = (m_\mu^2 - m_e^2) c^2 + p_\mu^2 = 11159{,}13\ /c^2 + p_\mu^2$$

Der kleinste p bekommt man daher wenn $p_\mu = 0$, nämlich: $p = 105{,}637\ MeV/c$. Das virtuelle Photon hat dann

$$p_{\gamma_{virt}} = 0\ ,\ E_{\gamma_{virt}} = 2\sqrt{m_\mu^2 c^4 + 0} = 2 m_\mu c^2 = 211{,}276\ MeV$$