11. Übungsblatt zur Vorlesung Quantenmechanik

Abgabe: Freitag, **11.02.2005** in den Übungen.

Aufgabe 30: *Streuung ununterscheidbarer Teilchen* **(8 Punkte)**

Die exakte Coulombstreuamplitude für das Coulombpotenzial

$$V_{Coul}(r) = \frac{Z_1 Z_2\, e^2}{r}$$

ist gegeben durch

$$f_{Coul}(\vartheta) = -\frac{Z_1 Z_2\, e^2}{2mv^2}\,\frac{1}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\,\exp\left\{ i\left(2\gamma_0 - \frac{Z_1 Z_2\, e^2}{\hbar v}\log\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)\right)\right\}$$

mit

$$\gamma_0 := \arg\Gamma\left(1 + i\frac{Z_1 Z_2\, e^2}{\hbar v}\right) \quad , \quad v := \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad .$$

a) Zeigen Sie, dass sich daraus die Ihnen bereits aus der klassischen Mechanik und aus Übungsaufgabe 29 bekannte *Rutherfordsche Streuformel*

$$\frac{d\sigma_{Coul}(\vartheta)}{d\Omega} = |f_{Coul}(\vartheta)|^2 = \left(\frac{Z_1 Z_2\, e^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\vartheta}{2}}$$

ergibt.

b) Berechnen Sie nun den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega}$ (im Schwerpunktsystem) für die Coulombstreuung von α-Teilchen an α-Teilchen.
Hinweis: α-Teilchen sind Boseteilchen mit dem Spin Null.

c) Was erhält man für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, wenn man die α-Teilchen als unterscheidbare Teilchen behandelt ? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem quantenmechanisch korrekten Ergebnis aus Aufgabenteil b) speziell für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 31: *Ununterscheidbare Bosonen im Kastenpotenzial* **(8 Punkte)**

Drei nichtwechselwirkende identische Teilchen mit Spin $s = 0$ befinden sich in einem unendlich tiefen eindimensionalen Kastenpotenzial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| \le a \\ +\infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die auf eins normierten Wellenfunktionen für den Grundzustand und die zwei energetisch niedrigsten Anregungszustände des Dreiteilchensystems. Wie groß sind die zugehörigen Energien des Dreiteilchensystems ?
Anmerkung: Die Einteilchenenergien und Einteilchen-Wellenfunktionen können dabei als bekannt angesehen werden.

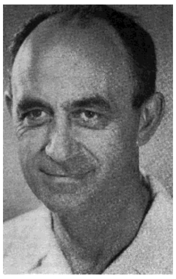
Bitte wenden !

Aufgabe 32: *Ununterscheidbare Fermionen im Kastenpotenzial* **(4 Punkte)**

Betrachten Sie das gleiche Potenzial wie in Aufgabe 31. Es werden nun zwei identische Fermionen mit Spin $\frac{1}{2}$ in den Kasten gesetzt. Bestimmen Sie für den Grundzustand des Systems die Energie sowie die Wellenfunktion (berücksichtigen Sie dabei den Spinanteil).

Quelle: http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/

Enrico Fermi



Enrico Fermi wurde am 29.September 1901 in Rom geboren. Er starb am 28.November 1954 in Chicago.

Fermi studierte seit 1918 in Rom Physik und wurde 1922 in Pisa promoviert. Mit einem Stipendium setzte er seine Studien bei Max Born und Paul Ehrenfest fort. 1924 bis 1926 war er Dozent in Florenz, 1927 wurde er Professor der theoretischen Physik in Rom. Hier entwickelte er die schon in Florenz konzipierte **Fermi-**Dirac-**Statistik** von Teilchen, die dem Paulischen **Ausschließungsprinzip** unterworfen sind. 1934 entwickelte Fermi auf der Grundlage der **Paulischen Neutrinohypothese** die **Theorie des Beta-Zerfalls**. Im gleichen Jahr zeigte er im Anschluß an die **Joliot-**Curiesche **Entdeckung der künstlichen Radioaktivität**, daß aus fast allen Elementen durch Neutronenbombardement radioaktive Isotope hergestellt werden können. Die Beobachtung, daß die bei Neutronenbeschuß entstehende künstliche Radioaktivität wesentlich vom umgebenden Material abhängt und z.B. bei Wasser oder Paraffin infolge der im Wasserstoff auftretenden Bremseffekte besonders hoch ist, führte ihn zur Entdeckung der hohen Wirksamkeit langsamer Neutronen.

1938 erhielt Fermi den **Nobelpreis**. Er ging von Stockholm aus nach Amerika, um seine Frau, die Jüdin war, vor rassistischer Verfolgung in Italien zu bewahren. Er lehrte zunächst an der Columbia University in New York und baute dort 1941 einen Reaktor, der sich jedoch noch nicht selbst in Gang hielt. Nach seinem Wechsel an die Universität von Chicago baute er dort einen größeren Reaktor, der am 2.Dezember 1942 zu arbeiten begann und die **erste sich selbst erhaltende Kettenreaktion** lieferte. 1943 ging er nach Los Alamos (Neu-Mexiko) und beteiligte sich dort am Atombombenprojekt. Nach dem Kriege kehrte er zur Grundlagenforschung zurück. Seine letzte Entdeckung war die Anregung von Protonen unter Massenzuwachs durch Beschuß mit schnellen Mesonen gemäß Einsteins Energie-Masse-Äquivalenz.

Quelle: Armin Hermann 'Lexikon - Geschichte der Physik A-Z', Aulis-Verlag Deubner & Co KG 1978

Grundlose Feier

FERMI pflegte den 17. März als Jahrestag der Entdeckung der Kernreaktionen, die ihm den Nobelpreis eintrug, gebührend, aber allein, in seinem Stammlokal mit einer guten Mahlzeit zu feiern. Als ihm der Kellner nach einer solchen Feier die Rechnung vorlegte, bermerkte er mit Erstaunen, dass als Datum der 18. März angegeben war. Als er sich davon überzeugt hatte, dass der Ober recht hatte, sagte er betrübt: "Da habe ich mich ja heute ganz grundlos betrunken !"

Aus: "Liebes Hertz !, Physiker und Mathematiker in Anekdoten, von Anita Ehlers, Birhäuser Verlag, p. 137