

Universität Heidelberg

MATHEMATISCHER VORKURS  
ZUM STUDIUM DER PHYSIK  
ÜBUNGEN

**Aufgaben zu Kapitel 10**

(aus: K. Hefft, Mathematischer Vorkurs zum Studium der Physik, sowie Ergänzungen)

**AUFGABE 10.1: Aufgaben zur Matrizenrechnung**

Berechnen Sie Summe und Differenz der Matrizen

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 7 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -4 \\ -5 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**AUFGABE 10.2:**

Berechnen Sie für die Matrizen aus der Aufgabe a) die Produkte  $\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{B}}$  und  $\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{A}}$ .

**AUFGABE 10.3**

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie  $\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{B}}$  und  $\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{A}}$ .

**AUFGABE 10.4 Drehungen**

Multiplizieren Sie folgende Transformations-Matrizen:  $\underline{\underline{D}}^{(1)}(\varphi) \cdot \underline{\underline{D}}^{(3)}(\psi)$  und vergleichen Sie mit  $\underline{\underline{D}}^{(3)}(\psi) \cdot \underline{\underline{D}}^{(1)}(\varphi)$

Speziell: Vergleichen Sie  $\underline{\underline{D}}^{(1)}(\pi) \cdot \underline{\underline{D}}^{(3)}(\frac{\pi}{2})$  mit  $\underline{\underline{D}}^{(3)}(\frac{\pi}{2}) \cdot \underline{\underline{D}}^{(1)}(\pi)$

**AUFGABE 10.5 Assoziativgesetz bei Matrizenmultiplikationen:**

$$\underline{\underline{C}} \cdot (\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{A}}) = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{A}} = (\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{B}}) \cdot \underline{\underline{A}}$$

Verifizieren Sie das Assoziativgesetz an der *Euler*-Drehung:

$$\underline{\underline{D}}^E(\psi, \theta, \varphi) := \underline{\underline{D}}^{(3)}(\psi) \cdot \underline{\underline{D}}^{(1)}(\theta) \cdot \underline{\underline{D}}^{(3)}(\varphi)$$

Die *Euler*-Drehung beschreibt die Transformation vom raumfesten Koordinatensystem zum körperfesten System eines sich drehenden Kreisel.

### AUFGABE 10.6 Drehungen, orthogonale Matrizen

Wie lautet die Drehmatrix für eine Drehung um die 3-Achse um  $45^\circ$ ? Welche Komponenten haben die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

nach dieser Transformation?

### AUFGABE 10.7 Inverse Matrix:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie  $\underline{\underline{A}}^{-1}$ .

### AUFGABE 10.8 PAULI- Spin Matrizen:

$$\underline{\underline{S}}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

$$\underline{\underline{S}}_x^2 = \underline{\underline{S}}_y^2 = \underline{\underline{S}}_z^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie weiterhin:

$$\underline{\underline{S}}_x \cdot \underline{\underline{S}}_y - \underline{\underline{S}}_y \cdot \underline{\underline{S}}_x = ?$$

$$\underline{\underline{S}}_y \cdot \underline{\underline{S}}_z - \underline{\underline{S}}_z \cdot \underline{\underline{S}}_y = ?$$

$$\underline{\underline{S}}_z \cdot \underline{\underline{S}}_x - \underline{\underline{S}}_x \cdot \underline{\underline{S}}_z = ?$$