

Universität Heidelberg

MATHEMATISCHER VORKURS
ZUM STUDIUM DER PHYSIK
ÜBUNGEN

Aufgaben zu Kapitel 9

(aus: K. Hefft, Mathematischer Vorkurs zum Studium der Physik, sowie Ergänzungen)

AUFGABE 9.1: Abstand zwischen Punkten:

Berechnen Sie den Abstand der Punkte $P = \{2, 2, 4\}$ und $Q = \{1, -2, 0\}$ voneinander sowie deren Abstand vom Nullpunkt.

AUFGABE 9.2: Punktkoordinaten:

Wie lauten die Koordinaten des Punktes $P = \{p_1, p_2, p_3\}$ in einem Koordinatensystem, dessen Ursprung im Punkt $0' = \{1, 2, -3\}$ liegt ?

AUFGABE 9.3: Gedrehtes Koordinatensystem:

- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P in einem Koordinatensystem S' , das gegenüber S um die Winkel $\varphi = \pi$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$ oder $\varphi = \frac{\pi}{6}$ um die 3-Richtung gedreht wurde.
- Wie lauten die Komponenten a'_k , $k = 1, 2, 3$ eines Vektors \underline{a} in einem Koordinatensystem S' , das gegenüber dem Koordinatensystem S um den Winkel φ um die 3-Achse gedreht wurde. Was ergibt sich für die speziellen Winkel $\phi = \pi$ und $\varphi = \pi/2$?
- Wie lauten die Komponenten der Vektoren

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in einem Koordinatensystem, das gegenüber dem ursprünglichen System S um π bzw. $\pi/2$ um die 3-Achse gedreht ist?

AUFGABE 9.4: Länge von Vektoren:

Berechnen Sie die Länge folgender Vektoren:

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

AUFGABE 9.5: Zum Kräfteparallelogramm:

Drei Polarhunde ziehen an einem Schlitten mit gleicher Stärke, aber unter relativen Winkeln von 60° . Welche Kraft muß der Hundehalter in welche Richtung ausüben, wenn er will, daß der Schlitten noch nicht losfährt.

AUFGABE 9.6: Gegeben sind die drei Kräftevektoren

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(in N-Einheiten). Bestimmen Sie aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} + \underline{G} = 0$$

die Gleichgewichtskraft \underline{G} , die die Wirkung der drei Kräfte \underline{a} , \underline{b} und \underline{c} aufhebt.

AUFGABE 9.7: Differenzen von Vektoren:

Bilden Sie (graphisch und rechnerisch) die Summe und die beiden möglichen Differenzen folgender Vektoren:

a)

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

AUFGABE 9.8: Basisvektoren

Bilden die folgenden drei Vektoren eine Basis des R^3 ? Wenn ja, normieren Sie die Vektoren auf die Länge eins.

a)

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b)

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

AUFGABE 9.9: Einheitsvektoren

Bestimmen Sie den Einheitsvektor in Richtung des Vektors

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

AUFGABE 9.10: Arbeit

Wie berechnet man die Arbeit, die geleistet werden muß,

- a) wenn die Masse m eines mathematischen Pendels der Fadenlänge r um den Winkel φ ausgelenkt werden soll.
- b) wenn ein Massenpunkt m um den Winkel φ gegen die Horizontale geneigte Ebene um eine Strecke s hinaufgeschoben werden soll.